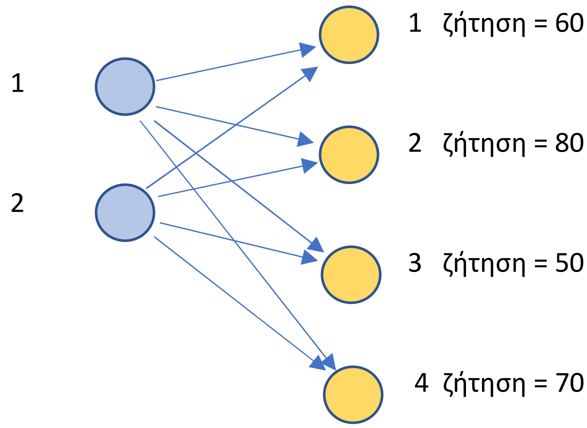
1. Πρόβλημα μεταφοράς με σταθερά κόστη



Κόστος μεταφοράς C_{ij} από τον σταθμό i στον καταναλωτή j				
	1	**2**	**3**	**4**
1	3	2	4	1
2	5	3	1	2

Υπάρχουν 2 σταθμοί διάθεσης του προϊόντος και μπορεί να λειτουργούν είτε ο 1, είτε ο 2, είτε και οι δύο. Αν λειτουργήσει ο σταθμός 1 έχει κόστος 100 ενώ αν λειτουργήσει ο σταθμός 2 έχει κόστος 80. Έστω x_{ij} η ποσότητα που διατίθεται από τον σταθμό $i = 1{,}2$ στον καταναλωτή $j = 1{,}2{,}3{,}4$. Επίσης, $y_i \in \{0{,}1\}$ είναι μια μεταβλητή που παίρνει είτε την τιμή 0 αν ο σταθμός i δεν λειτουργεί και την τιμή 1 αν λειτουργεί. Το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί ως πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού που περιλαμβάνει τις δυαδικές μεταβλητές y_i ως εξής

$$\min 3x_{11} + 2x_{12} + 4x_{13} + x_{14} + 5x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 2x_{24} + 100\, y_1 + 80\, y_2$$

υπό τους περιορισμούς

$$\begin{array}{lll}
x_{11} + x_{21} = 60 & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \le 260\, y_1 & (1) \\
x_{12} + x_{22} = 80 & x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \le 260\, y_2 & (2) \\
x_{13} + x_{23} = 50 & x_{ij} \ge 0,\ \ y_i \in \{0{,}1\}. & \\
x_{14} + x_{24} = 70 & &
\end{array}$$

Οι περιορισμοί (1) και (2) περιγράφουν το γεγονός ότι όταν $y_i = 0$ τότε όλες οι ποσότητες x_{ij} είναι 0.
Το ακόλουθο πρόγραμμα στην R επιλύει το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα. Παρατηρείστε την εντολή `binary.vec=9:10` που εξασφαλίζει ότι οι ένατη και δέκατη μεταβλητή, που αντιστοιχούν στις y_1, y_2, είναι διαδικές

```
f.con<-matrix(c(
1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0,   0,   0,
0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0,   0,   0,
0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0,   0,   0,
0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1,   0,   0,
1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0,-260,   0,
0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1,   0,-260,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,   0,   0,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0,   0,   0,
0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0,   0,   0,
0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0,   0,   0,
0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0,   0,   0,
0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0,   0,   0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0,   0,   0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,   0,   0), nrow=14,byrow=TRUE)

f.obj<-c(3,2,4,1,5,3,1,2,100,80)
f.rhs<-c(60,80,50,70,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
f.dir<-c("=","=","=","=","<=","<=",">=",">=",">=",">=",">=",">=",">=",">=")

result<-lp(direction = "min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs, binary.vec=9:10)
```

```
result$solution
result$objval
```

Η λύση δίδεται ως

```
> result$solution
 [1] 60 80  0 70  0  0 50  0  1  1
> result$objval
[1] 640
```

2. Πρόβλημα του σακκιδίου με δυαδικές μεταβλητές – 5 αντικείμενα, 2 περιορισμοί

Το πρόβλημα που εξετάζουμε εδώ είναι το

$$\max 5x_1 + 7x_2 + 12x_3 + 17x_4 + 19x_5$$

υπό τους περιορισμούς

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 8x_4 + 12x_5 &\le 25 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 &\le 17 \end{aligned}$$

$$x_i \in \{0,1\},\ i = 1, \dots, 5.$$

Η λύση χρησιμοποιώντας την R δίνεται από το ακόλουθο πρόγραμμα. Παρατηρείστε την εντολή `all.bin=TRUE` η οποία εξασφαλίζει ότι όλες οι μεταβλητές παίρνουν τιμές στο $\{0,1\}$.

```
f.con<-matrix(c(2,3,6,8,12,1,2,2,4,5), nrow=2,byrow=TRUE)
f.obj<-c(5,7,12,17,19)
f.rhs<-c(25,17)
f.dir<-c("<=","<=")
result<-lp(direction = "max", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs, all.bin=TRUE)

result$solution
result$objval
```

Η λύση δίνεται ως

```
> result$solution
[1] 1 1 0 1 1
> result$objval
[1] 48
```