ΓΡΑΜΜΙΚΗ Ι

TUTORIAL 7

1. (Άσκηση 1.6.6 από Strang)
Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο Gauss-Jordan για να αντιστρέψετε τους

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2.

a. (Άσκηση 1.6.8 από Strang)
Δείξτε ότι ο $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ δεν έχει αντίστροφο προσπαθώντας να λύσετε το $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

b. (Άσκηση 1.6.9 από Strang)
Δείξτε ότι όταν αποτυγχάνει η απαλοιφή για έναν ιδιόμορφο πίνακα όπως ο $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

τότε ο A δεν μπορεί να αντιστρέφεται. Η τρίτη γραμμή του A^{-1}, πολλαπλασιάζοντας με τον A θα έπρεπε να δώσει την τρίτη γραμμή του $A^{-1} \cdot A = I$. Γιατί αυτό είναι αδύνατον;

3. (Άσκηση 1.6.12 από Strang)
Ποιές ιδιότητες ενός πίνακα διατηρούνται και στον αντίστροφο του (υποθέτοντας ότι υπάρχει ο A^{-1});

a. Ο A είναι τριγωνικός.
b. Ο A είναι συμμετρικός.

4.

c. (Άσκηση 1.6.13 από Strang)
Εάν $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ και $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ υπολογίστε τους $A^T \cdot B$, $B^T \cdot A$, $A \cdot B^T$ και $B \cdot A^T$.

d. (Άσκηση 1.6.14 από Strang)
(Ενδιαφέρουσα) Αποδείξτε οτι ακόμη και για παραλληλόγραμμους πίνακες οι $A \cdot A^T$ και $A^T \cdot A$ είναι πάντοτε συμμετρικοί. Δείξτε με παράδειγμα οτι αυτοί μπορεί να είναι διαφορετικοί ακόμη και για τετραγωνικούς πίνακες .

5. **(Άσκηση1.6.3 από Strang)**

Από την $AB = C$ βρείτε τύπο για τον A^{-1} . Κάντε το ίδιο για τον $PA = LU$

6. **(Άσκηση1.6.4 από Strang)**

α) Εάν ο A είναι αντιστρέψιμος και AB = AC , δείξτε γρήγορα ότι B = C.

β) Εάν $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, βρείτε παράδειγμα ώστε AB = AC *αλλά* B≠C .

7. **(Άσκηση1.6.5 από Strang)**

Εάν ο B είναι ο αντίστροφος του A^2 , δείξτε ότι ο αντίστροφος του A είναι ο AB.
(Συνεπώς ο A είναι αντιστρέψιμος , όταν ο A^2 είναι αντιστρέψιμος

8. **(Άσκηση1.6.23 από Strang)**

Εάν A και B είναι τετραγωνικοί πίνακες δείξτε ότι ο I – AB είναι αντιστρέψιμος, όταν ο I – BA είναι αντιστρέψιμος. Ξεκινήστε από την B(I – AB) = (I –BA)B