

1ο ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

1. Αν $A, B, C \subseteq X$ ΝΔΟ
- α) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
 - β) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

2. Έστω 3 (οποιαδήποτε) σύνολα A, B, C . ΝΔΟ

- α) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cap C)$
- β) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$
- γ) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$

3. ΝΔΟ " θετικό ακέραιο $n > 1$ ισχύει $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$

4. ΝΔ αν τα ακόλουθα σύνολα είναι αριθμήσιμα ή υπεραριθμήσιμα

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -100 \leq x \leq 100\}$$

$$B = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{A}, y \in \mathbb{C}\}$$

$$C = \{(0, 0.1)\}$$

$$D = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

5. Έστω A σύνολο ακολουθιών με όρους 0 και 1. Τότε το A είναι υπεραριθμήσιμο.
6. Δείξτε ότι $|x| = 0$ αν και μόνο αν $x = 0$.
7. Δείξτε ότι αν $|x| < a$ τότε $-a < x < a$.
8. Λύστε την εξίσωση $|3x - 2| = |5x + 4|$
9. Δείξτε ότι $|x_1 x_2| = |x_1| |x_2|$
10. Δείξτε ότι $|x_1 + x_2| \leq |x_1| + |x_2|$. Πότε ισχύει η ισότητα;
11. * Δείξτε ότι $|x_1| - |x_2| \leq |x_1 - x_2|$
12. * Δείξτε ότι $x^+ = \max(x, 0) = \frac{1}{2}(x + |x|)$.
13. Δείξτε ότι $x^- = \min(x, 0) = \frac{1}{2}(|x| - x)$.