

Φροντιστήριο 13^ο

1. Κάθε ανοικτή μπάλα στον \mathbb{R}^n είναι ανοικτό σύνολο
2. Κάθε κλειστή μπάλα $\bar{B}(x, \rho)$ είναι κλειστό υποσύνολο του \mathbb{R}^n
3. Η ένωση οποιασδήποτε οικογένειας $\{V_i : i \in I\}$ ανοικτών υποσυνόλων του \mathbb{R}^n είναι ανοικτό σύνολο.
4. Η τομή μιας πεπερασμένης οικογένειας $\{V_1, \dots, V_n\}$, ανοικτών υποσυνόλων του \mathbb{R}^n είναι ανοικτό σύνολο.
5. Ποια από τα διαστήματα $(-3, 3), [4, 7], (-4, 5], (0, \infty), [0, \infty)$ είναι ανοικτό, κλειστό ή κανένα από τα δύο
6. Να εξετάσετε ποια από τα ακόλουθα υποσύνολα του (\mathbb{R}^2, d) όπου $d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ είναι κλειστά
 - a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2\}$
 - b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1\}$
 - c) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = y^2\}$
7. Ένα σύνολο E είναι ανοικτό αν το συμπλήρωμά του είναι κλειστό
8. ΝΔΟ το $A = \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ δεν είναι ούτε ανοικτό ούτε κλειστό
9. ΝΔ την ταυτότητα του παραλληλογράμμου
10. Έστω \mathbb{R}^n με την νόρμα $\|x\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$. NB 2 διανύσματα x και y στον \mathbb{R}^n για τα οποία δεν ισχύει η ταυτότητα του παραλληλογράμμου.