

12° ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

1) Η ποσότητα καφέ που περιέχεται σε πακέτα 500 gr., μιας συγκεκριμένης εταιρείας, είναι τ.μ. X που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 500 gr και διακύμανση 25 gr².

α) Να υπολογιστεί η πιθανότητα ένα τυχαία επιλεγμένο πακέτο να περιέχει τουλάχιστον 490 gr καφέ,

β) Να υπολογιστεί η πιθανότητα ένα τυχαία επιλεγμένο πακέτο να περιέχει ποσότητα καφέ μεταξύ 490 gr και 505 gr,

γ) Αν κάποιος αγοράσει τρία πακέτα να υπολογιστεί η πιθανότητα τα δύο από τα τρία πακέτα να περιέχουν το πολύ 490 gr και το άλλο να περιέχει τουλάχιστο 490 gr καφέ

2) Οι τιμές της χοληστερόλης σε κάποιο πληθυσμό είναι τιμές τ.μ. X που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 200 gr/dl και τυπική απόκλιση 65 gr/dl. Να υπολογιστεί:

α. το ποσοστό των ατόμων με μετρήσεις χοληστερόλης μεταξύ 150 και 300 gr/dl.

β. η τιμή χοληστερόλης για την οποία το 80% του πληθυσμού να έχει μικρότερη μέτρηση από αυτήν.

3) Είναι γνωστό ότι ο δείκτης νοημοσύνης του πληθυσμού των φοιτητών περιγράφεται από κανονική κατανομή με μέση τιμή 100 και τυπική απόκλιση 10 (δηλαδή $\mu=100$ και $\sigma^2 = 10^2$).

i) Ποιο ποσοστό φοιτητών έχει δείκτη νοημοσύνης μεταξύ 90 και 110;

ii) Ένας φοιτητής ισχυρίζεται ότι ανήκει στο 25% των εξυπνότερων φοιτητών. Για να επαληθεύσει τον ισχυρισμό του ποια θα πρέπει να είναι η ελάχιστη τιμή του δείκτη νοημοσύνης του;

Για διευκόλυνση δίνεται ότι, $P(z < 1) = \Phi(1) = 0.8413$, $P(z < 0.67) = \Phi(0.67) = 0.75$ όπου $Z \sim N(0,1)$

4) Έστω X μια τ.μ. που ακολουθεί την κανονική κατανομή $N(\mu, \sigma^2)$ και που έχει την ιδιότητα

$$P(X > \alpha) = \frac{1}{2} P(X \leq \alpha).$$

α. Εάν γνωρίζετε ότι για την κατανομή $N(0,1)$ ισχύει $\Phi(0.43) = \frac{2}{3}$, να δείξετε ότι $\alpha - 0.43\sigma = \mu$.

β. Αν οι τιμές του σιδήρου στο αίμα των ανδρών ενός πληθυσμού ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 110$ mgr/dl και διακύμανση $\sigma^2 = 25$ mgr²/dl², να βρεθεί η τιμή α του σιδήρου για την οποία το ποσοστό των ανδρών που την υπερβαίνει είναι το μισό του ποσοστού που δεν την υπερβαίνει.