

Πιθανότητες II

Tutorial 4: Διακριτές

1)

Η από κοινού σ.π. δύο διακριτών τ.μ. X, Y είναι $p(x, y) = \begin{cases} c(2x + y), & x = 0, 1, 2, \quad y = 0, 1, 2, 3 \\ 0, & \text{άλλου} \end{cases}$

(α) Υπολογίστε τη σταθερά c .

(β) Υπολογίστε τις πιθανότητες $P(X=2, Y=1)$ και $P(X \geq 1, Y \leq 2)$.

2)

Έστω η διακριτή δ.τ.μ. (X, Y) με σύνολο δυνατών τιμών (φορέα) $S = \{1, 2\} \times \{1, 2, 3\}$ και σ.π.

$$p(x, y) = P[X = x, Y = y] = \frac{1}{45}(x + 3y), \quad (x, y) \in S.$$

(α) Δείξτε ότι η p είναι πράγματι μία από κοινού σ.π.

(β) Βρείτε τις περιθώριες σ.π. των τυχαίων μεταβλητών X και Y .

3)

Η από κοινού σ.π. μιας διακριτής διδιάστατης τ.μ. (X, Y) δίνεται από τον τύπο:

$$p(x, y) = c \binom{x}{y}, \quad x = 1, 2, 3, \quad y = 1, 2.$$

(α) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς c και ποιες οι περιθώριες σ.π. των τ.μ. X και Y .

(β) Να υπολογιστούν οι μέσες τιμές των τ.μ. X και Y .

4)

Η από κοινού σ.π. μιας διδιάστατης διακριτής διανυσματικής τ.μ. (X, Y) δίνεται από τον τύπο:

$$p(x, y) = \frac{1}{15}(x + y), \quad x = 0, 1, 2 \text{ και } y = 1, 2.$$

Να υπολογιστούν οι δεσμευμένες μέσες τιμές $E[X | Y = 1]$, $E[Y | X = 1]$ και να συγκριθούν μεταξύ τους.

5)

Η από κοινού συνάρτηση πιθανότητας της διδιάστατης διακριτής τυχαίας μεταβλητής (X, Y) δίνεται από

τον τύπο $f(x, y) = \frac{3}{8} \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{2y}$, $x, y = 0, 1, 2, \dots$. Να εξεταστεί αν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι

ανεξάρτητες και να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(X \geq 2 \cup Y \leq 2)$.