

## TUTORIAL 4

1) NB τα όρια των ακολουθιών  $(x_n, y_n) \in \mathbb{R}^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$  όπου

$$(x_n, y_n) = \left(\frac{1}{n}, 0\right) \text{ ή } \left(0, \frac{1}{n^2}\right) \text{ ή } \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right) \text{ ή } \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n^3}\right) \text{ ή } \left(\sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right), e^{-n}\right)$$

2) NB το όριο της ακολουθίας  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^2$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n})$  με  $x_{1,n} = \frac{1}{2^n}$ ,  $x_{2,n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ,  $n \geq 1$

3) ΝΔΟ η ακολουθία  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^3$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n}, x_{3,n})$  με

$$x_{1,n} = \frac{1}{n} \sin(n), \quad x_{2,n} = \frac{1}{n} \cos(n), \quad x_{3,n} = 1 - \frac{1}{n} \quad n \in \mathbb{N} \text{ συγκλίνει στο σημείο } (0,0,1)$$

4) NB το όριο της ακολουθίας  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^2$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n})$  με  $x_{1,n} = \sqrt[n]{n}$ ,  $x_{2,n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ,  $n \geq 1$

5) NB το όριο της ακολουθίας  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^2$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n})$  με

$$x_{1,n} = \frac{\cos 1}{n^2 + 1} + \frac{\cos 2}{n^2 + 2} + \dots + \frac{\cos n}{n^2 + n}, \quad x_{2,n} = \frac{1}{n+1}, \quad n \in \mathbb{N}$$

6) Να εξετάσετε ως προς την σύγκλιση την ακολουθία  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^3$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n}, x_{3,n})$  με

$$x_{1,n} = 1 + \frac{(-1)^n}{n} + \frac{(-1)^n \cdot n}{2n+1}, \quad x_{2,n} = \frac{n^2 + 1}{n^3 + 4}, \quad x_{3,n} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \quad n \in \mathbb{N}$$

7) NB το όριο της ακολουθίας  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^2$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n})$  με

$$x_{1,n} = \sin n, \quad x_{2,n} = \cos \frac{n\pi}{2}, \quad n \geq 1$$

8) NB το όριο της ακολουθίας  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^2$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n})$  με

$$x_{1,n} = \frac{\sqrt[n]{n^3 + 1}}{3^n}, \quad x_{2,n} = \frac{\sqrt[n]{n^5 - 2n^4 + 5}}{2^n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

9) NB το όριο της ακολουθίας  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^2$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n})$  με

$$x_{1,n} = \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n}}{n}, \quad x_{2,n} = \sqrt[n]{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[n]{n}}}, \quad n \in \mathbb{N}$$

10) NB το όριο της ακολουθίας  $\{x_n\}$  στο  $\mathbb{R}^2$  όπου  $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n})$  με

$$x_{1,n} = \frac{\cos n}{n}, \quad x_{2,n} = \frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{2 - \sin n}}, \quad n \geq 1$$