

Φροντιστήριο 3^ο

2. Έστω $r = f(\theta)$. Να αποδειχτεί ο τύπος

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(\theta)\sin(\theta) + f(\theta)\cos(\theta)}{f'(\theta)\cos(\theta) - f(\theta)\sin(\theta)}$$

3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης $r = \cos(3\theta)$ στον πόλο.

4. Να μετατραπούν οι παρακάτω εξισώσεις καμπυλών από καρτεσιανές σε πολικές συντεταγμένες και αντιστρόφως:

α)

$$r^2 = 4r\cos\theta, \quad r = \frac{4}{2\cos\theta - \sin\theta}$$

β)

$$x^2 + (y - 3)^2 = 9, \quad x = 2, \quad xy = 8$$

5. Να βρεθεί η κλίση της καμπύλης $r\theta = 1$ στο σημείο με $\theta = \frac{\pi}{3}$

6. Να βρεθεί το μήκος τόξου της καρδιοειδούς καμπύλης $r = 1 - \cos(\theta)$

Να σχεδιαστεί η καρδιοειδής καμπύλη $r = 1 - \cos(\theta)$

7. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου στο επίπεδο που περικλείεται από την καρδιοειδή καμπύλη $r = 2(1 + \cos\varphi)$

8. Να βρεθεί το εμβαδόν εντός της καρδιοειδούς καμπύλης $r = 1 + \cos\varphi$ και εκτός του κύκλου $\rho=1$