

# TUTORIAL 1

1

$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$   $\text{N}\Delta\text{O}(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i$  είναι εσωτερικό γινόμενο

2

Να αποδείξετε την ανισότητα Cauchy-Schwarz

$$\left( \sum_{i=1}^n a_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n b_i^2 \right) \geq \left( \sum_{i=1}^n a_i b_i \right)^2$$

3

Αποδείξτε τον νόμο του παραλληλογράμμου

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$$

4

Αν  $x, y \in R^n$  τότε  $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

5

Αποδείξτε ότι  $\left| \|x\| - \|y\| \right| \leq \|x - y\|$  για  $x, y \in R^n$

6

Δίνονται τα σημεία A(-1,0) B(2,1), Γ(1, -2). Να βρεθεί η γωνία  $\widehat{AB\Gamma}$ .

7

Να αποδειχτεί ο τύπος της ορθογώνιας προβολής του  $\vec{\alpha}$  στο  $\vec{\beta}$

$$proj_{\alpha}\beta = \frac{(\alpha\beta)}{\|\alpha\|^2} \vec{\alpha}$$

8

ΝΔΟ το παραλληλόγραμμο που σχηματίζεται με προσκείμενες πλευρές τα διανύσματα

$\vec{a} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{b} = (x_2, y_2)$  έχει εμβαδό την απόλυτη τιμή της οριζουσας των

συντεταγμένων δηλαδή  $\left\| \begin{matrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{matrix} \right\|$

9

Θεωρούμε το τρίγωνο ABΓ όπου A(1,0), B(1,1), Γ(-1,2)

Να βρεθούν: α) τα μήκη των πλευρών του

β) η γωνία της κορυφής A

γ) το ύψος από την κορυφή Γ

10

Να γραφεί το διάνυσμα  $\vec{\delta} = (12, -4)$  ως γραμμικός συνδυασμός των

$\vec{\alpha} = (3,1)$  και  $\vec{\beta} = (-2,2)$

11

Δίνονται τα σημεία A(3,-2), B(2,-1) και Γ(x+1,2x). Να βρεθεί ο x ώστε τα A, B, Γ να είναι συνευθειακά.

12

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (x+1,5)$  και  $\vec{\beta} = (5,x+1)$ . Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός x ώστε τα διανύσματα να είναι α) ομόρροπα και β) αντίρροπα