ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1

TUTORIAL 4

συνέχεια

Έστω $x_0 \in \mathbb{R}$ και έστω $\varepsilon > 0$. Ζητάμε $\delta > 0$ ώστε

$|x - x_0| < \delta \Longrightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$, δηλαδή $|x - x_0| < \varepsilon$.

1) Θεωρούμε την συνάρτηση $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με τον ακόλουθο τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{2x^2 - x + 1} - ax}{x+1} & \text{αν } x < -1 \\ x^3 + bx + 2 & \text{αν } -1 \le x \end{cases}$$

Να προσδιοριστούν τα $a, b \in \mathbb{R}$ ώστε η παραπάνω συνάρτηση να είναι συνεχής.

2) Να προσδιοριστούν τα $a, b \in \mathbb{R}$ ώστε $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - ax + b - 1}{x - 3} = 5$

3) Να προσδιοριστούν τα $a, b \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x^2 + 3} + x - 1 & \text{αν } x \le 1 \\ \dfrac{ax + b\sqrt{x} - 2}{x - 1} & \text{αν } x > 1 \end{cases}$$

Έστω $f : A \to \mathbb{R}$ μια συνάρτηση. Λέμε ότι η f είναι **ομοιόμορφα συνεχής** στο A αν για κάθε $\varepsilon > 0$ μπορούμε να βρούμε $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ ώστε

$$αν \quad x, y \in A \quad και \quad |x - y| < \delta \quad τότε \ |f(x) - f(y)| < \varepsilon.$$

4) Έστω η $f:(0,6) \to \mathbb{R}$ που ορίζεται με τον τύπο $f(x) = x^2 + 2x - 5$. ΝΔΟ η f είναι ομοιόμορφη συνεχής στο (0,6)

5) Έστω η $f:(0,1) \to \mathbb{R}$ που ορίζεται με τον τύπο $f(x) = \dfrac{1}{x}$. ΝΔΟ η f δεν είναι ομοιόμορφη συνεχής στο (0,1)

6) Έστω μια συνάρτηση $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ που ικανοποιεί τη σχέση $xy - y^2 \le f(x) - f(y) \le x^2 - xy$ $\forall\, x, y \in \mathbb{R}$. ΝΔΟ η f είναι συνεχής στο R