

3 Μαιών:

ΤΕΙΡΑΓΜΟΝΙΚΕΣ  
ΜΟΡΦΕΣ.

πχ 1:

$$f(x,y) = x^2 + 10xy + y^2$$

$$i) \vec{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \vec{X}^T A X, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Διαμορφώση : (A) Ιδιότητες :

$$|A - \lambda I| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & 5 \\ 5 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$(1-\lambda)^2 - 25 = 0 \Rightarrow \lambda = 6, \lambda = -4$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

Q → ιδιοτιμ.

$$A = Q \Delta Q^T$$

$$Q^{-1} = Q^T$$

ορθογώνιος

Β) Βιοδιαγράμματα:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{γkazi} \\ A = A^T \end{array} \right.$$

$\lambda = 6$ :  $A\vec{u} = 6\vec{u} \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 6 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \dots \vec{u} = \begin{pmatrix} k \\ k \end{pmatrix} \text{ η } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\lambda = -4$ :  $A\vec{v} = -4\vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x + 5y = -4x \\ 5x + y = -4y \end{cases} \Rightarrow$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -k \\ k \end{pmatrix} \text{ η } \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(οχι Εξαρτος ακοίμε)

ΚΑΝΟΝΙΚΟ ΠΟΙΗΣΗ:  $\begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} = Q$

Καυονι πορϋι  $\boxed{\vec{X} = Q\vec{Y} \quad \underline{\text{δεν}}}$

$F(x,y) \rightarrow F(x',y')$   $\left( \begin{array}{l} \text{γάρ} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \end{array} \right)$

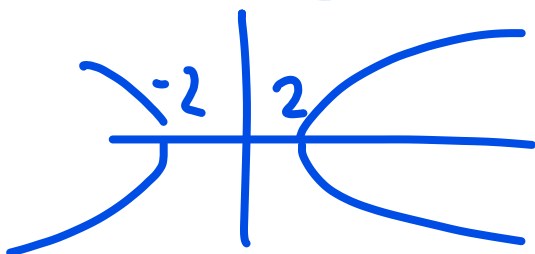
$$= 6x'^2 - 4y'^2$$

ii) Αν  $F(x,y) = 24$ , ΚΟΝΙΚΗ ΤΟΜΗ?  
σχήμα?

$$6x'^2 - 4y'^2 = 24 \Rightarrow$$

$$\frac{x'^2}{4} - \frac{y'^2}{6} = 1$$

ΥΠΕΡΒΟΛΗ



Q

βτροϋι

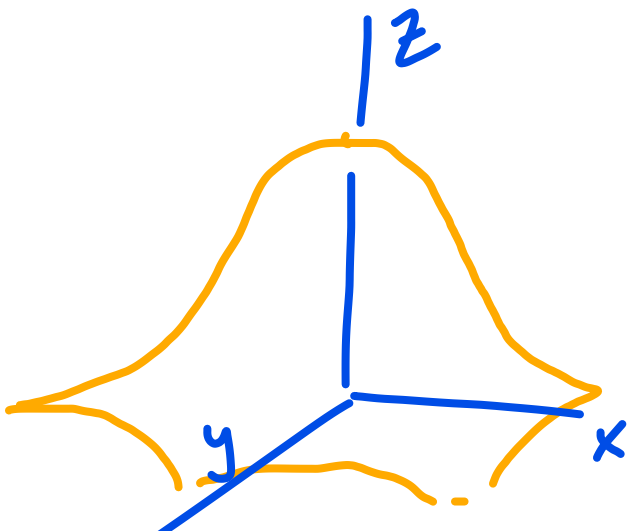
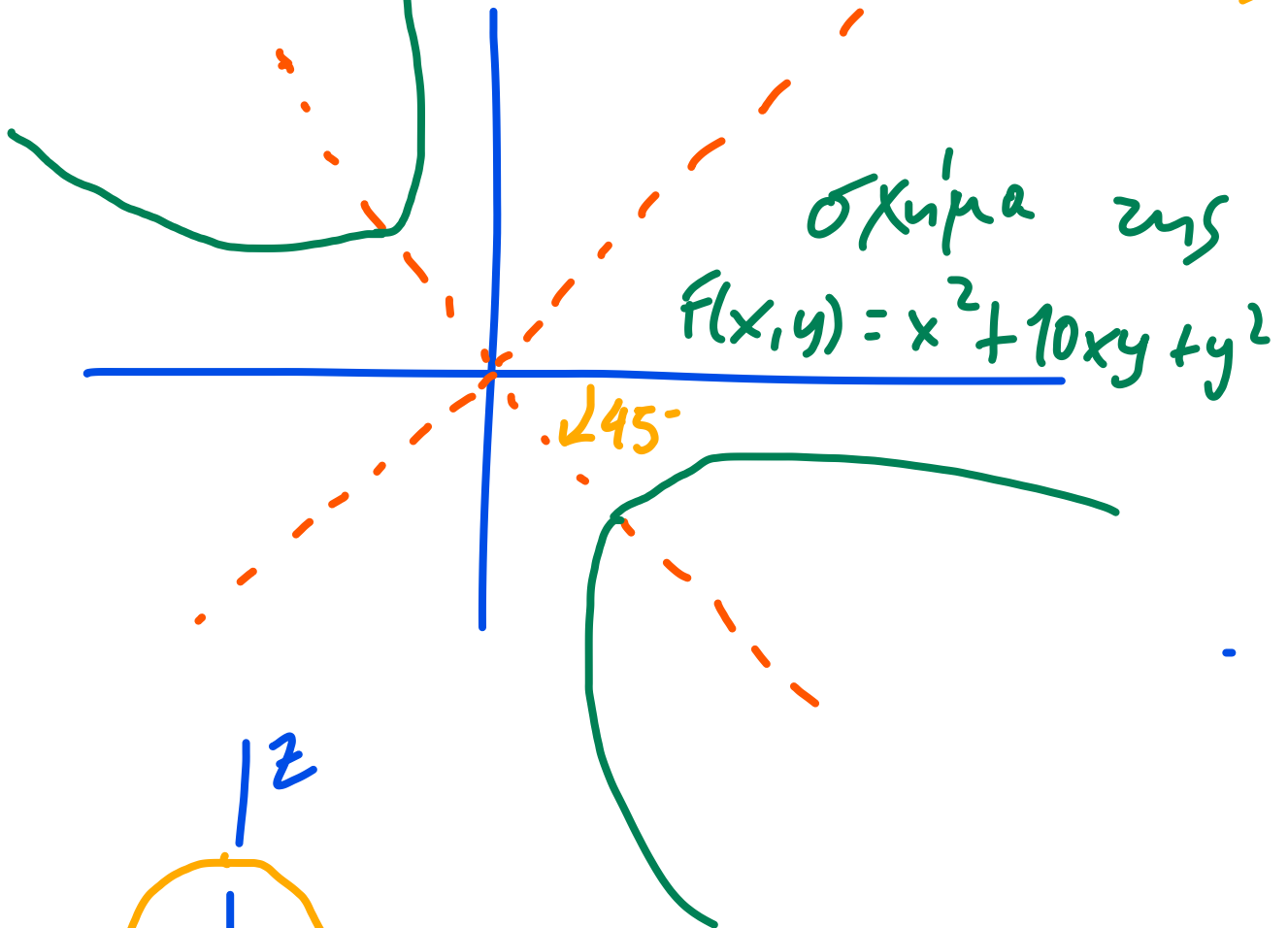
$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

πινάκας  
στροφής

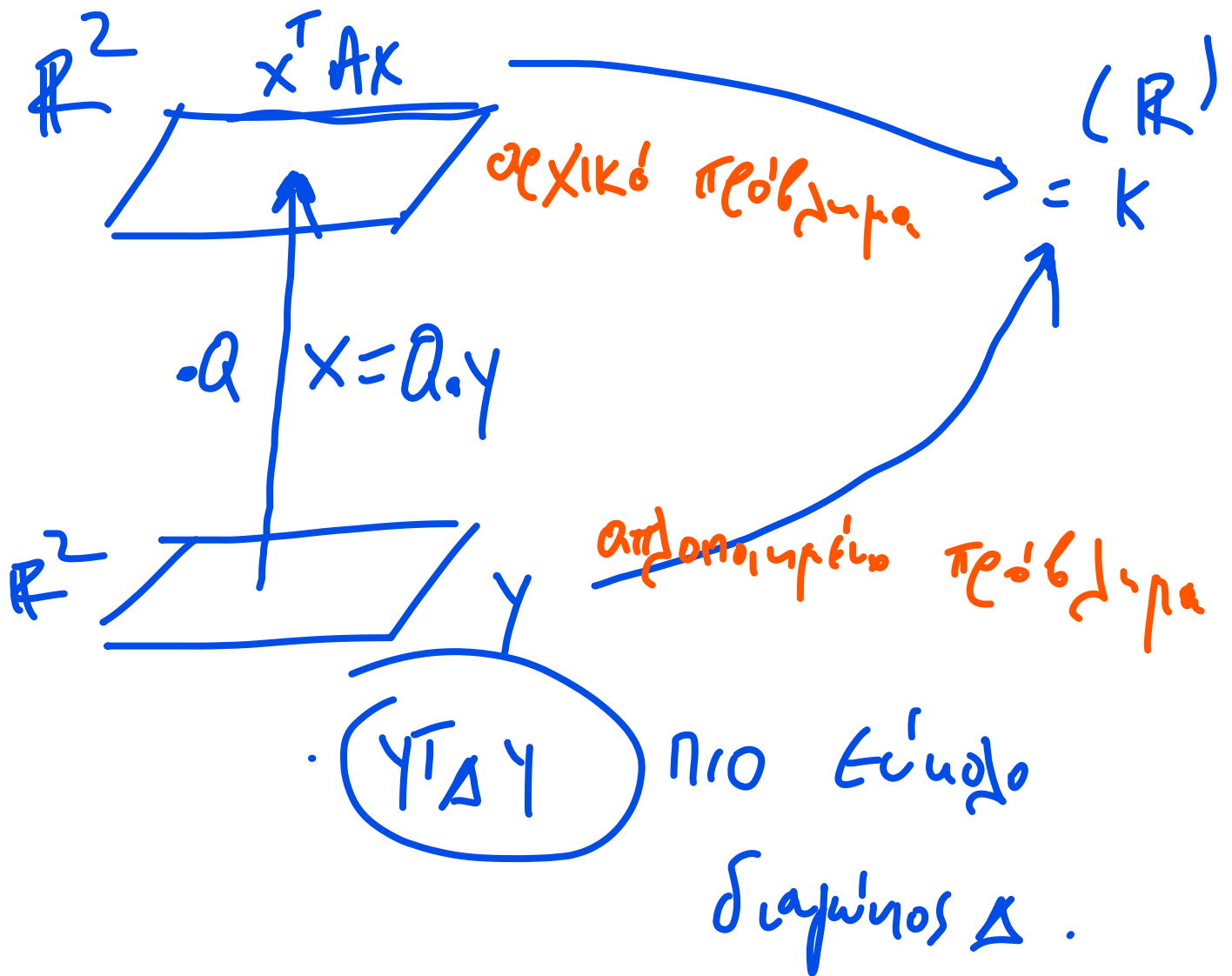
$$P = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$\varphi$

$$\varphi = -45^\circ$$



# Σχηματισμοί η αλλαγές μεταβλητών:



## ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

$$f(x, y) = \underbrace{ax^2 + 2bxy + cy^2}_{\text{quadratic part}} + dx + ey + k = 0$$

ΣΕ ΜΟΡΦΗ ΠΙΝΑΚΩΝ  $(\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R})$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & r \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} d \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$f(x, y) = \vec{x}^T A \vec{x} + E \vec{x} + k = 0$$

διαγωνιοποίηση κανονικά...

Θέσω  $X = QZ \Rightarrow$

$$f(z_1, z_2) = \lambda_1^2 z_1^2 + \lambda_2^2 z_2^2 + b_1 z_1 + b_2 z_2 + k = 0$$

( $\lambda_1, \lambda_2 =$  ιδιοτιμές του  $A$ )

Διακρίνουσα:  $\Delta = \frac{b_1^2}{4\lambda_1} + \frac{b_2^2}{4\lambda_2} - k$

•  $\Delta = 0 \Rightarrow$  σημείο ή γέννηση ευθειών

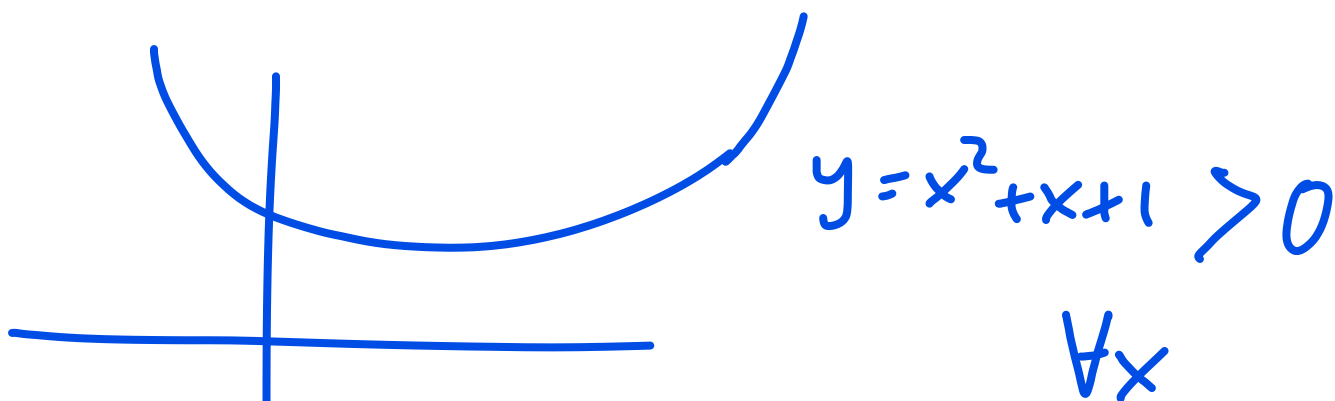
•  $\Delta \neq 0 \Rightarrow$  ΕΛΛΕΙΨΗ ή ΥΠΕΡΒΟΛΗ

• Αν  $\lambda_i = 0 \Rightarrow$  ΠΑΡΑΒΟΛΗ

• Αν  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Rightarrow$  ΕΥΘΕΙΑ

## ΘΕΤΙΚΑ (Αρνητικά..)

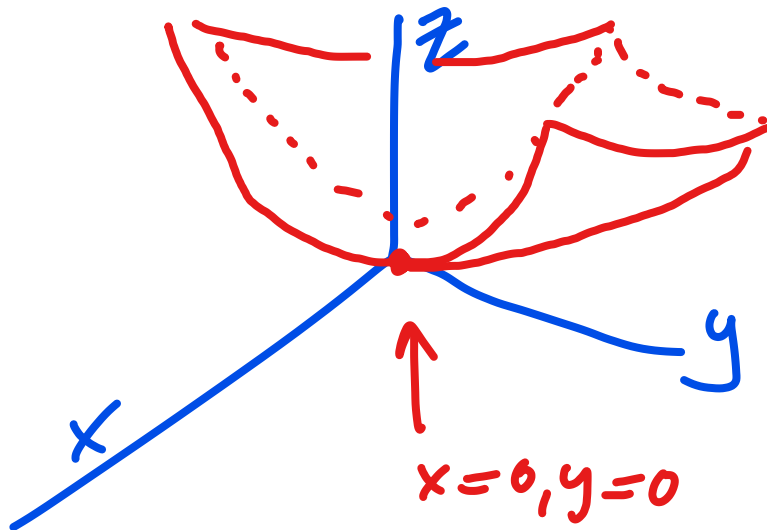
ΟΡΙΣΜΕΝΗ Τ.Μ.



$\forall x$   
για  $\lambda < 0$   
Αρνητικά  
ορισμένη.

$\Rightarrow$  ΘΕΤΙΚΑ  
ΟΡΙΣΜΕΝΗ

$\mathbb{R}^3$

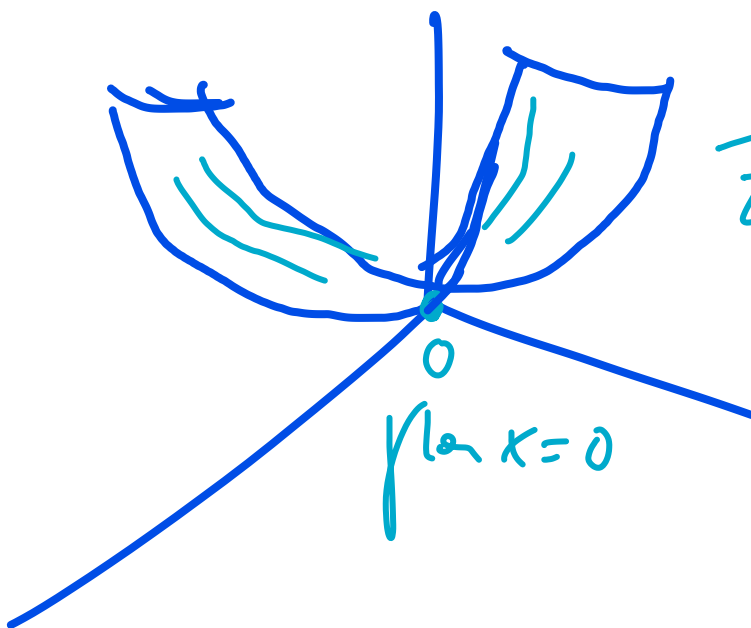


$z = 3x^2 + 7y^2$

ΘΕΤΙΚΑ ΗΜΙΟΡΙΣΜΕΝΗ

$z \geq 0$

$\mathbb{R}^2$



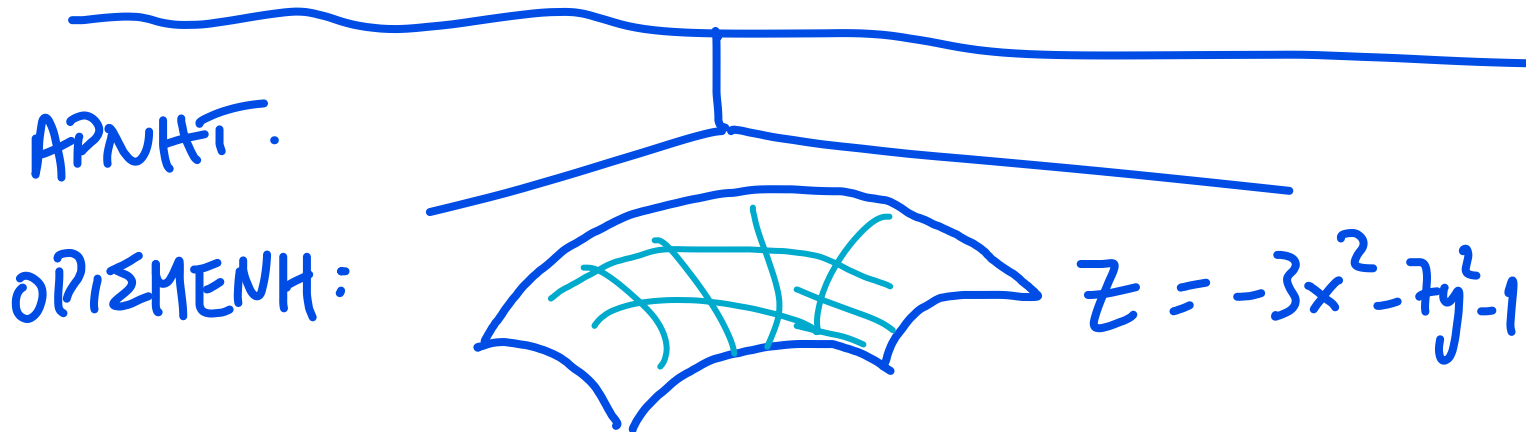
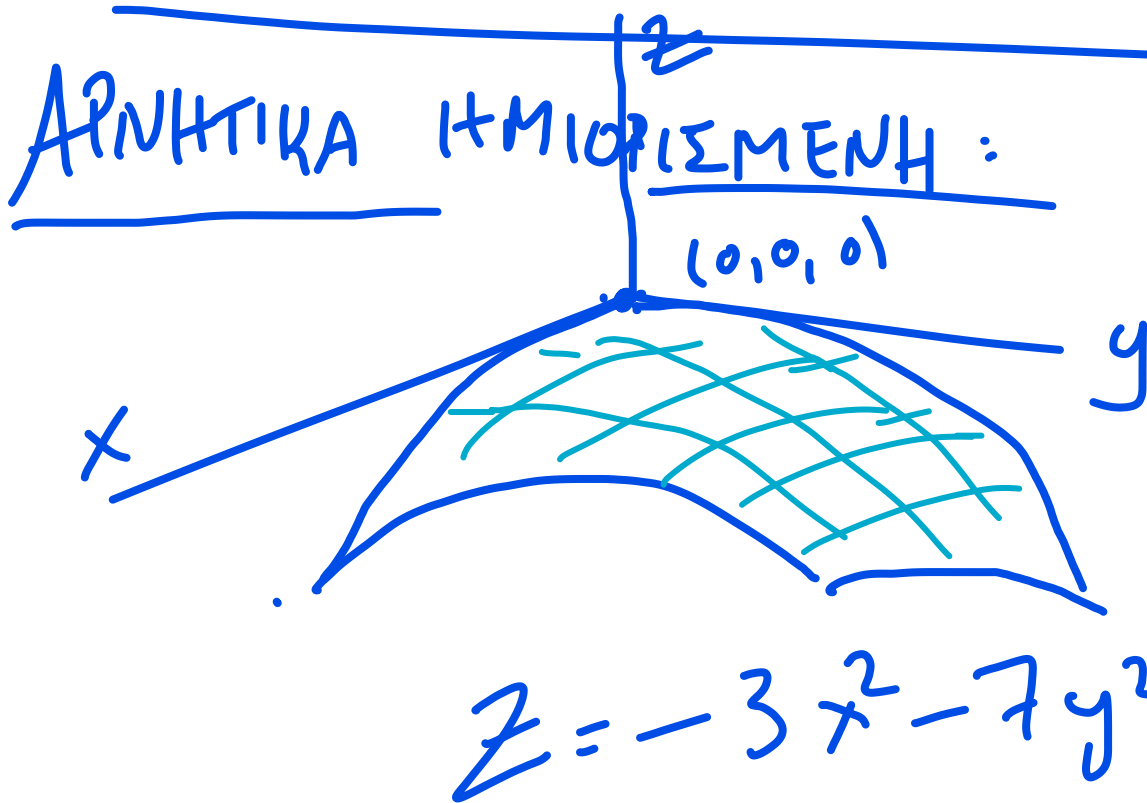
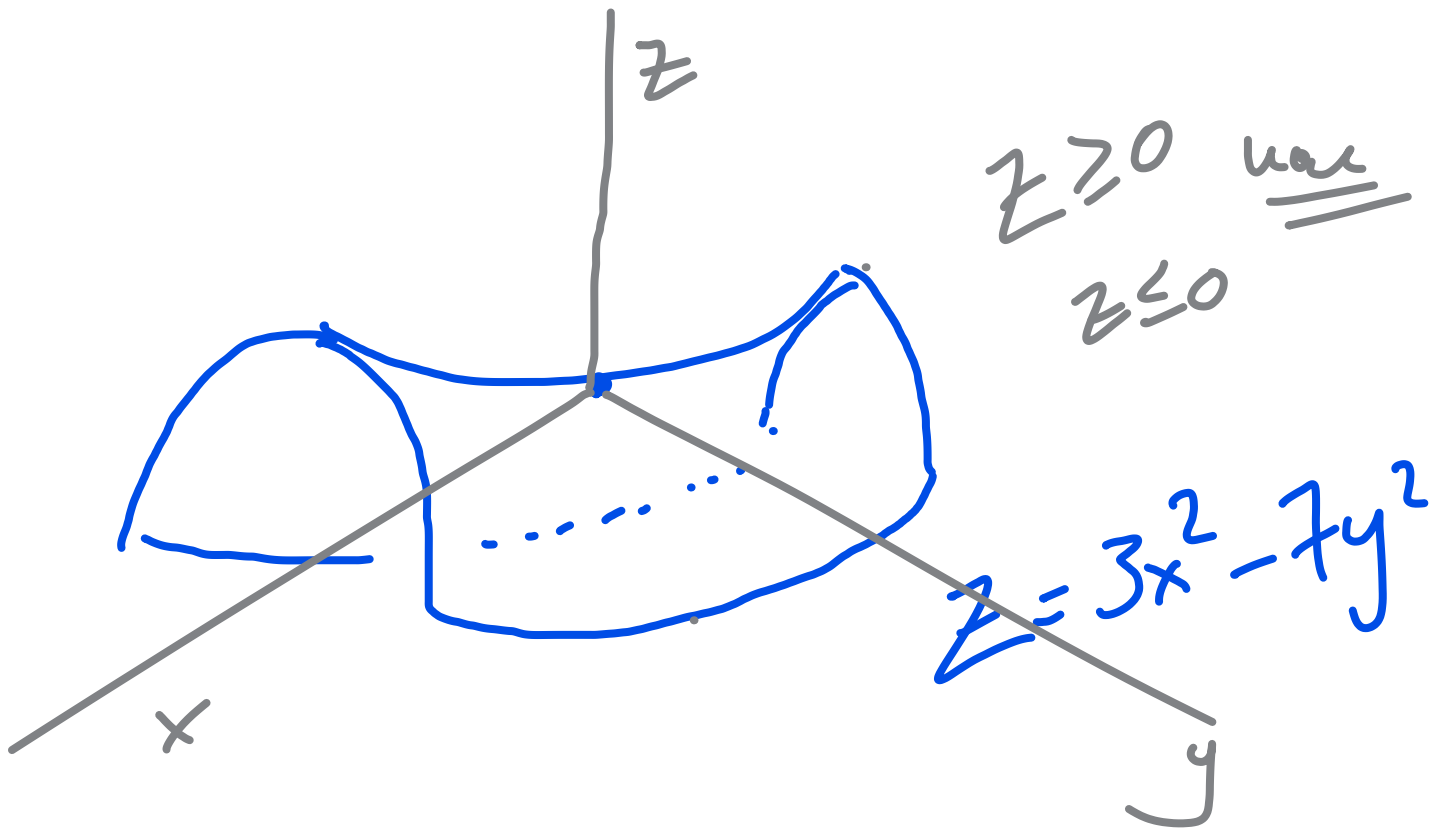
$z = -3x^2 \geq 0$

ΘΕΤΙΚΑ

ΗΜΙΟΡΙΣΜΕΝΗ

α3: ΑΟΡΙΣΤΗ Τ.Μ.





# ⓑ ΜΕ ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ

ⓐ (ιδιοτιμές)

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots) \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

~~$n \times$~~   $(3 \times 3)$

$A_1$ a	b	c
d	$A_2$ e	f
g	h	$A_3$ i

~~$n \times$~~   $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 10 & 3 \end{bmatrix} ?$

$$A_1 = -2 < 0$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 10 & 3 \end{vmatrix} = -6 + 10 = 4 > 0 \quad \checkmark$$

Αεμz. αλγορίθμος.

$n \times 2$

$$B = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$10 = B_1 > 0$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} 10 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 28 > 0$$

θετικά ορισμένος

---

$n \times$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & x & 6 \\ 5 & 6 & 1 \end{bmatrix} > 0$$

$$\begin{matrix} x \\ ? \end{matrix}$$

$$A = \text{θετικά ορισμένος} > 0$$

$$A_1 = 1 \checkmark \text{ πάντα}$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 4 & x \end{vmatrix} = x - 16 > 0 \Rightarrow \boxed{x > 16} -$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & x & 6 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \begin{matrix} 1 & 4 & 5 & 1 & 4 \\ 4 & x & 6 & 4 & x \\ 5 & 6 & 1 & 5 & 6 \end{matrix}$$

$$\dots -24x + 188 > 0$$

$$x < \frac{47}{6} \approx 7,8$$

$$\boxed{x < 7,8}$$

ADYNATON

→ ΠΟΤΕ θ.θρ.

---

















