

26 ΜΑΙΟΥ - ΠΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ -
ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ : Σ

(A) Δεδομένα :

$$\boxed{n \times 1}$$

Τέρματα ομάδας:

Ομάδες:	A	B	Γ	Δ
x_i +	35	30	30	28
y_i -	20	27	35	35

(A) Διάλυση μέσω των όρων : $\begin{bmatrix} \Sigma x_i \\ \Sigma y_i \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{4}$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 123 \\ 117 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30,75 \\ 29,25 \end{bmatrix} = \vec{M}$$

ⓑ Αρχικά \vec{M} στο καθεστώς δεδομένο:

$$\begin{bmatrix} 35 \\ 20 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4,25 \\ -9,25 \end{bmatrix} \quad A'$$

$$\begin{bmatrix} 30 \\ 27 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -0,75 \\ -2,25 \end{bmatrix} \quad B'$$

$$\begin{bmatrix} 30 \\ 35 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,75 \\ 5,75 \end{bmatrix} \quad \Gamma'$$

$$\begin{bmatrix} 30,75 \\ 29,25 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 28 \\ 35 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -2,75 \\ 5,75 \end{bmatrix} \quad \Delta'$$

Ⓣ Τιτάνας Β:
(κάνοι κιοροί μεία):

$$B = \begin{bmatrix} 4,25 & -9,75 & 0,75 & -2,75 \\ -9,25 & -2,25 & 5,75 & 5,75 \end{bmatrix}$$

(Exon $\mu_{\text{ro}} \text{ of } 0 = 0$)

$$\Sigma = \frac{1}{3} B \cdot B^T = \quad (2 \times 2)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ \boxed{2 \times 4} \quad \boxed{4 \times 2} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Var}(X) & \text{Cov} \\ \text{Cov} & \text{Var}(Y) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 26,75 & -49,125 \\ -49,125 & 156,75 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \Sigma = \begin{bmatrix} 8,92 & -16,4 \\ -16,4 & \underline{\underline{52,25}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\text{cov}(x, y) < 0}$$

$$\text{Συνολική διασπορά} = 61,2$$

Γκός που δέχτηκε η καλύτερη ομάδα:

$$\frac{52,25}{61,2} = 85,4\%$$

Ιδιότητες του Σ ?

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 8,92 & -16,4 \\ -16,4 & 52,25 \end{bmatrix}$$

$$\det |\Sigma - \lambda I| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 8,92 - \lambda & -16,4 \\ -16,4 & 52,25 - \lambda \end{vmatrix}$$

$$= 0 \Rightarrow (8,92 - \lambda)(52,25 - \lambda) - 268,16 = 0$$

$$\rightarrow \lambda^2 - 61,17\lambda - 197,11 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 64,24 \\ \lambda_2 = -3,07 \end{cases}$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 64,24 & 0 \\ 0 & -3,07 \end{bmatrix}$$

ιδιοδιάνοσα?

Αθροισμα = 61,2 πΛΛΙ

\vec{u} ?

$$\Sigma \vec{u} = \lambda \vec{u} \Rightarrow$$

$$\lambda = 64,24$$

$$\begin{cases} 8,92x - 16,4y = 64,24x \Rightarrow \\ -16,4x + 52,25y = 64,24y \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -55,3x = 16,4y \Rightarrow \\ (1 \Delta 10) \end{array} \right.$$

$$\boxed{y = -3,37x}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} k \\ -3,37k \end{pmatrix}$$

~~$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3,37 \end{pmatrix}$$~~

x = goals scored

y = goals against

Αρα

Συντελεστής βάρους

Βρίσκω: $1 \cdot x - 3.37 \cdot y$

$n \times 2$

Σ , με πιθανότητες

ΑΚΙΝΗΤΑ (διαμερίσματα)
(ΕΝΔΙΚΙΟ)

$X =$ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗ : 1 έως 4

$Y =$ ΠΟΣΑ ΧΡΟΝΙΑ ΜΕΝΕΙ; : 1, < 6 έτη
2, ≥ 6 έτη

Cov

	X				
	1	2	3	4	Συνολο
1	0,04	0,14	0,23	0,07	0,48
2	0,07	0,17	0,23	0,05	0,52
Συνολο	0,11	0,31	0,46	0,12	1

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \underline{\text{Var}(X)} & \text{cov}(X, Y) \\ \text{cov}(X, Y) & \underline{\text{Var}(Y)} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2:}$$

$$E(X) = 1 \cdot 0,11 + 2 \cdot 0,31 + 3 \cdot 0,46 \\ + 4 \cdot 0,12 = 2,59$$

$$E(X^2) = 1^2 \cdot 0,11 + 2^2 \cdot 0,31 + 3^2 \cdot 0,46 \\ + 4^2 \cdot 0,12 = 7,41$$

$$\text{Var}(X) = 7,41 - 2,59^2 = 0,702$$

$$\boxed{\text{Var}(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2}$$

$$E(Y) = 1 \cdot 0,48 + 2 \cdot 0,52 = 1,52$$

$$E(Y^2) = 1^2 \cdot 0,48 + 2^2 \cdot 0,52 = 2,56$$

$$\text{Var}(Y) = 2,56 - 1,52^2 = 0,25$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X) \cdot E(Y)$$

?

2,59

1,52

$E(XY) =$ Από πίνακα:

$$1 \cdot 1 \cdot 0,04 + 1 \cdot 2 \cdot 0,07 +$$

$$2 \cdot 1 \cdot 0,14 + 2 \cdot 2 \cdot 0,17 +$$

$$3 \cdot 1 \cdot 0,23 + 3 \cdot 2 \cdot 0,23 + 4 \cdot 1 \cdot 0,07$$

$$+ 4 \cdot 2 \cdot 0,05 = \underline{3,89}$$

Άρα

$$\text{Cov}(X, Y) = 3,89 - 2,59 \cdot 1,52$$

$$= \underline{\underline{-0,05}}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0,702 & -0,05 \\ -0,05 & 0,25 \end{bmatrix}$$

3

	X		
Y	1	2	
3	0,2	0,3	0,5
4	0,3	0,2	0,5
	0,5	0,5	1

$\Sigma?$

$$E(X) = 1,5, \quad E(X^2) = 2,5$$

$$\text{Var}(X) = 2,5 - 1,5^2 = 0,05$$

$$E(Y) = 3,5 \quad E(Y^2) = 12,5$$

$$\text{Var}(Y) = 12,5 - 3,5^2 = 0,25$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y):$$

$$5,3 - 1,5 \cdot 3,5$$

$$= 0,05$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0,05 & 0,05 \\ 0,05 & 0,25 \end{bmatrix}$$
