

# Εξετάσεις στην Γραμμική Άλγεβρα II

30 Μαΐου 2019

1. (3 Μονάδες)

α) Να βρεθούν οι ιδιοτιμές του πίνακα  $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

β) Να βρεθεί ο πίνακας  $2 \times 2$  με ιδιοτιμές  $-1, 2$  και αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα τα

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2. (2 Μονάδες)

Δίνεται ο πίνακας  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  με ιδιοτιμές 2 και 1 (διπλή).

Να αποδείξετε ότι ο  $B$  διαγωνοποιείται και να βρεθεί ένας πίνακας  $P$  που να τον διαγωνοποιεί.

3. (1 Μονάδα)

Εστω πίνακας  $A_{8 \times 8}$  με χαρακτηριστικό πολυώνυμο το  $h_A(x) = (x - 8)^5(x + 2)^3$  και ελάχιστο το  $p_A(x) = (x - 8)^2(x + 2)^3$ . Να βρεθούν όλες οι πιθανές κανονικές μορφές Jordan του  $A$ .

4. (2 Μονάδες)

Μας δίνονται τα παρακάτω δεδομένα :

$$\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 1 & 2 & 3 \\ y & 1 & 3 & 4 & 6 \end{array}$$

Να βρεθεί η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων  $y = a_0 + a_1x$

5. (2 Μονάδες)

Δίνεται ο πίνακας  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Να γίνει παραγοντοποίηση  $QR$ .