

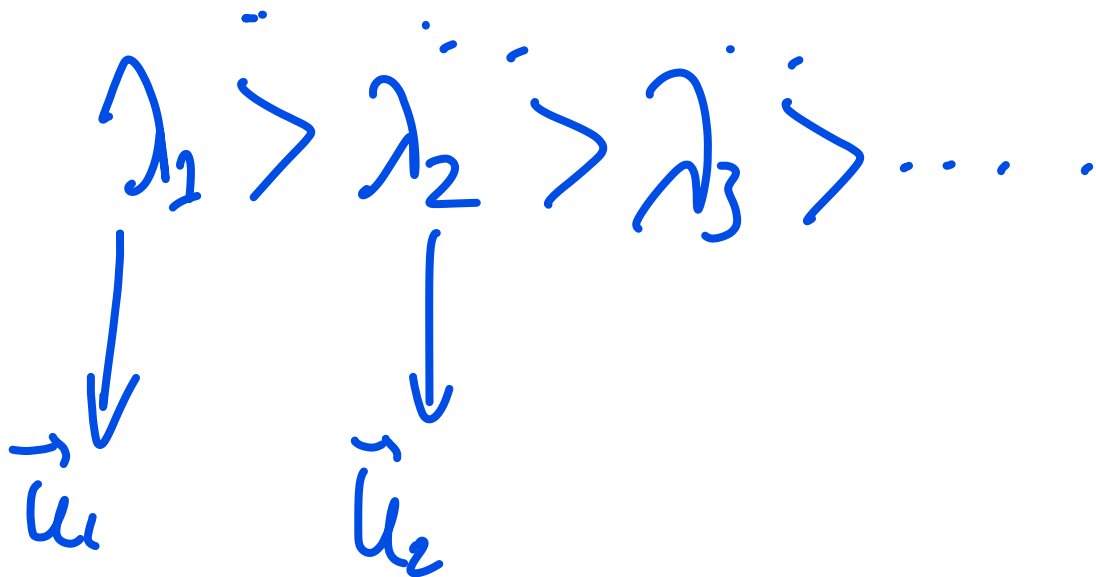
19 ΜΑΙΟΥ

PCA

Principal component Analysis

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΡΙΩΝ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ

Τα ιδιοδιανύσματα του  $\Sigma$



1η κύρια  
συνιστώσα

2η κύρια  
συνιστώσα

κλπ. . .

Εφαρμογές

1) μικραίνω

δυστόνια

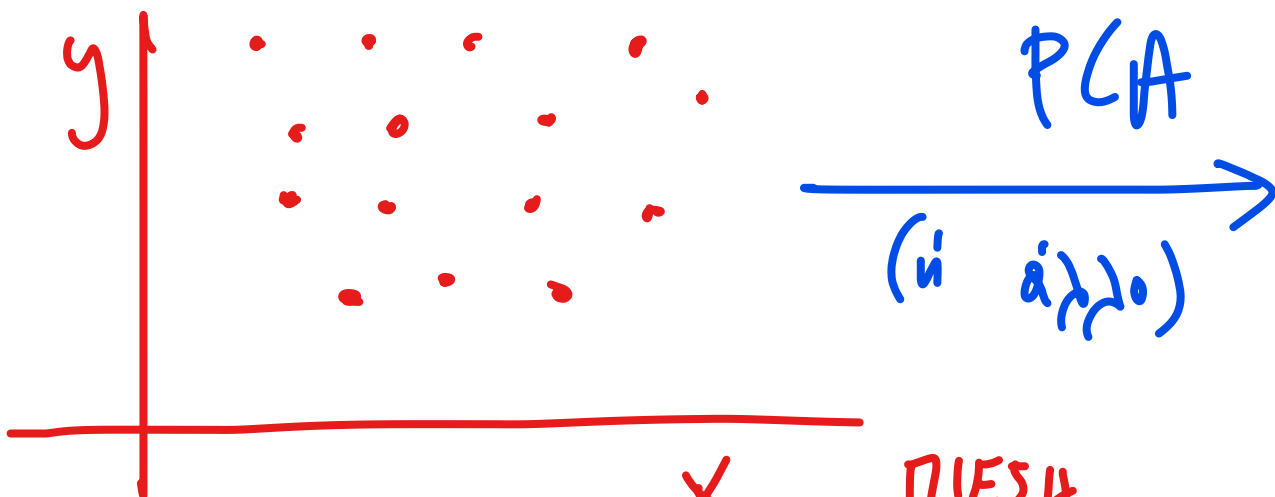
2) Data → ανυπόθετα

ΜΕΤΑ ΤΟ PCA

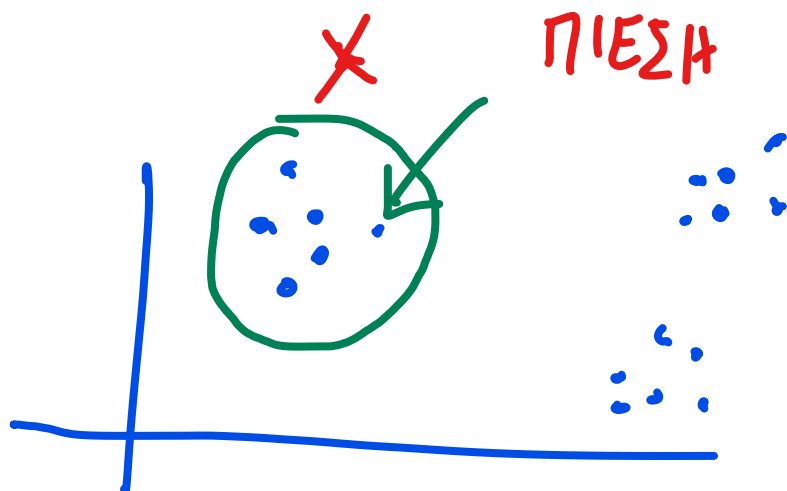
πχ:

CLUSTERING

ΧΑΛΗΣΤ.



3 ομάδες:



3) Επέξεργασία εικόνας

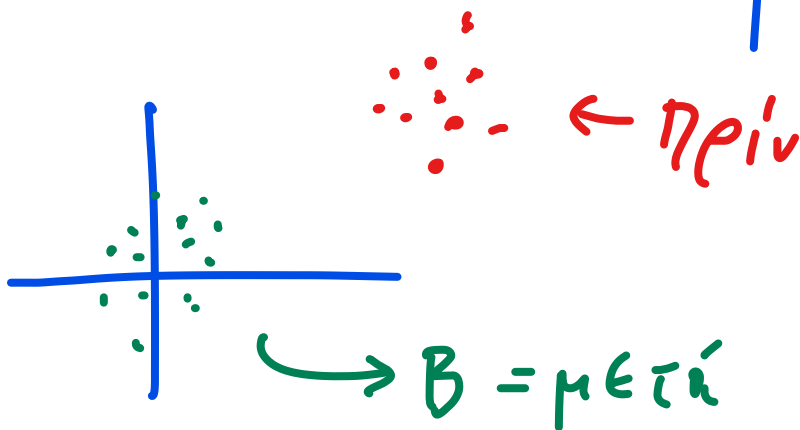
4) ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΒΑΡΕΥΣΑΣ

PCA: ΜΕΘΟΔΟΣ  
Ανάλυσης πολυμεταβλητών  
δεδομένων.

$\lambda_i, \vec{u}_i$

(A)  $N$  δεδομένα  $\rightarrow$  Αφαίρεση  $\bar{x}$

(B)  $B$  = κανονικοποιημένα data



(C)  $\frac{1}{N-1} \cdot B B^T = \Sigma \rightarrow$  Ιδιοτιμές  
Ιδιοδιανύσματα  
 $\vec{u}_i$

$\vec{u}_i = \text{Στιγμές} : P = \text{πίνακας}$

Ⓟ Θέτω  $Y = P^T \cdot X$

↓  
δεδομένα

$Y_i = \text{συσχέτιση}$

---

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

(συνέχεια από 17/5)

Βαρος (Lb)	120	125	125	135	145
Υψος (Inch)	61	60	64	68	72

$$\bar{x} = M = \begin{bmatrix} 130 \\ 65 \end{bmatrix} \text{ Αρχικά,}$$

$$B = \begin{bmatrix} 10 & -5 & -5 & 5 & 15 \\ -4 & -5 & -1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \frac{1}{4} B B^T = \begin{bmatrix} 100 & 47,5 \\ 47,5 & 25 \end{bmatrix}$$

PCA: Βρίσκω ιδιοτιμές:

$$\lambda_1 = 123$$

$$\lambda_2 = 2$$

$$\hookrightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 0,9 \\ 0,436 \end{pmatrix}$$

$$\|u\| = \sqrt{0,9^2 + 0,436^2}$$

$$\|u\| = 1 \quad \checkmark$$

ΔΙΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΤΗΤΑ:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 123 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{cov}(x, y) = 0 \rightarrow \text{Ασυσχετίστη$$

Κατασκευάζω  $P = \begin{bmatrix} \vec{u}_1 & \vec{v}_1 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 0,9 & \dots \\ 0,436 & \dots \end{bmatrix} = P$$

i)

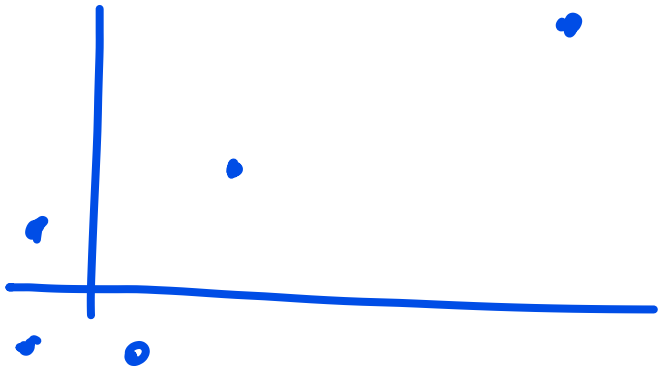
Πεζω

$$Y = P^T \cdot X$$

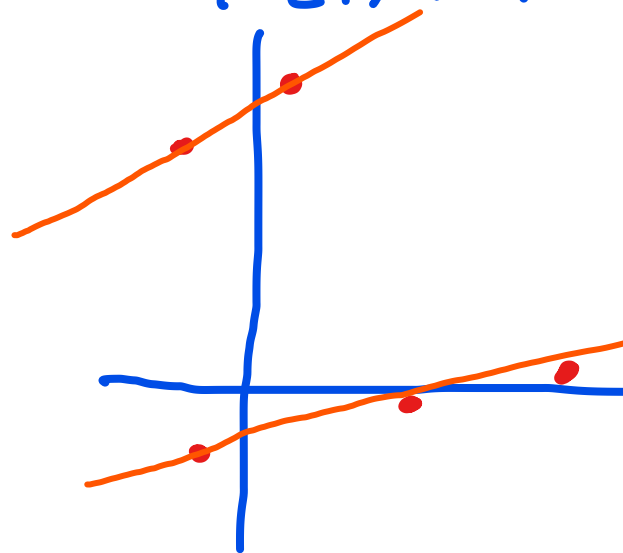
→ ΝΕΑ

ΔΕΣΜΕΝΑ

ΠΡΩΤΗ:



ΜΕΤΑ:



ii) Δείκτης Βαρος - υψος?

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 0,9 \\ 0,436 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\boxed{\Delta \text{είκτης} = 0,9 \cdot \text{Β} + 0,436 \cdot \text{Υ}} \quad \begin{matrix} (\text{Βαρος}) & (\text{Υψος}) \end{matrix}$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{ηλικία} \\ \sum_{i=1}^{n-1} \dots \end{array} \right) \quad \sum_{i=1}^{n-1} \dots = \frac{n}{n-1} S_y^2 \quad \left( \begin{array}{l} \text{στίγμα} \end{array} \right)$$

$n \times 2$   $N$  γοιμτε's, 3 tests

$A, A-M, B, \frac{1}{N-1} BB^T \rightarrow \Sigma$

$$\Sigma = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$\text{trace}(\Sigma) = 18$  Αρα test 1:  $\frac{5}{18}$

ως μεζαβλητο'τητα

test 2:  $\frac{6}{18}$  : test 3:  $\frac{7}{18}$

Συμπερασμα Βαθμιας?

$$\text{Βαθμιας} = A \cdot t_1 + B \cdot t_2 + C \cdot t_3$$



$$\text{ώστε } A^2 + B^2 + C^2 = 1$$

ιδιοτιμές  $\Sigma$

$$\left| \begin{bmatrix} 5-\lambda & 2 & 0 \\ 2 & 6-\lambda & 2 \\ 0 & 2 & 7-\lambda \end{bmatrix} \right| = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda_1 = 3, \quad \lambda_2 = 6, \quad \lambda_3 = 9$$

ΚΥΡΙΑ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ

→ Ιδιοδιάνυσμα  $\vec{v}$

$$\Sigma \vec{u} = \lambda \vec{u} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9x \\ 9y \\ 9z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 9x \\ 2x + 6y + 2z = 9y \\ 2y + 7z = 9z \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2y = 4x & \longrightarrow y = 2x \\ 2x + 2z = 3y & \checkmark \\ 2y = 2z & \longrightarrow y = z \end{cases}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} k \\ 2k \\ 2k \end{pmatrix} \quad \text{or} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑ:  $\|\vec{u}\| = \sqrt{1+4+4} = 3$

$$\vec{u} : \begin{pmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$$

Τελικός Βοιθός :

$$\frac{1}{3}t_1 + \frac{2}{3}t_2 + \frac{2}{3}t_3$$

---

$n \times 3$       Data:       $N=6$

$$X = \begin{bmatrix} 19 & 22 & 6 & 3 & 2 & 20 \\ 12 & 6 & 9 & 15 & 13 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} \sum x_i \\ \sum y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \end{bmatrix} \quad \text{To αγουρι}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 10 & -6 & -9 & -10 & 8 \\ 2 & -4 & -1 & 5 & 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \frac{1}{5} B B^T =$$

$$\begin{bmatrix} 86 & -27 \\ -27 & 16 \end{bmatrix}$$

Συνοχ

$$\text{Var} = 102$$

$$\left( \begin{array}{l} X \text{ γραμμ: } 84,3\% \\ Y \text{ γραμμ: } 15,7\% \end{array} \right)$$

ιδιοτιμές

$$\lambda_1 = 95,2$$

$$\lambda_2 = 6,8$$

1 κύρια  
συνιστώσα

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 95,2 & 0 \\ 0 & 6,8 \end{bmatrix}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} -2,93 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0,34 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} -2,93 & 0,34 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Θέλω  $Y = PX \rightarrow$  νέα

data, συσχετίσιμα

---

$$A = Q \cdot R$$

↓  
καλύτερες συζητήσεις















