

Εξετάσεις στην Γραμμική Άλγεβρα II

25 Ιουνίου 2018

1. (2 Μονάδες)

α) Να βρεθούν οι ιδιοτιμές του πίνακα $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

β) Να υπολογιστεί ο πίνακας A^{-1} ως πολυώνυμο του αρχικού πίνακα A και του μοναδιαίου πίνακα I .

γ) Να βρεθεί ο πίνακας A^4 ως πολυώνυμο των A, I

2. (3 Μονάδες)

Δίνεται ο πίνακας $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ με ιδιοτιμές 2 και 1 (διπλή).

α) Να δείξετε ότι ο B διαγωνοποιείται και να βρεθεί ένας πίνακας P που να τον διαγωνοποιεί.

β) Να υπολογίσετε τον πίνακα B^3 (μηγ κάνετε τις τελικές πράξεις)

3. (1 Μονάδα)

Εστω πίνακας $A_{8 \times 8}$ με χαρακτηριστικό πολυώνυμο το $h_A(x) = (x+3)^4(x-1)^3x$ και ελάχιστο το $p_A(x) = (x+3)^2(x-1)^2x$. Να βρεθούν οι πιθανές κανονικές μορφές Jordan.

4. (2 Μονάδες)

Εστω τα δεδομένα:

$$\begin{array}{c|cccc} x & 1 & 2 & 4 & 5 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

Να βρεθεί η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων $y = \beta_0 + \beta_1x$

5. (2 Μονάδες)

Να γράψετε την παρακάτω τετραγωνική μορφή

$$F(x) = x_1^2 - 8x_1x_2 - 5x_2^2$$

σε κανονική μορφή χρησιμοποιώντας την αλλαγή μεταβλητής $x = Qy$. (Να βρεθεί και ο πίνακας Q).