

# Εξετάσεις στην Γραμμική Άλγεβρα II

14 Σεπτεμβρίου 2017

1. (2 Μονάδες)

α) Να βρεθούν οι ιδιοτιμές του πίνακα  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$

β) Να υπολογιστεί ο πίνακας  $A^{-1}$  ως πολυώνυμο του αρχικού πίνακα  $A$  και του μοναδιαίου πίνακα  $I$ .

γ) Να βρεθεί ο πίνακας  $A^3$  ως πολυώνυμο των  $A, I$

2. (3 Μονάδες)

Δίνεται ο πίνακας  $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  με ιδιοτιμές 5 και 3 (διπλή).

α) Να δείξετε ότι ο  $B$  διαγωνοποιείται και να βρεθεί ένας πίνακας  $P$  που να τον διαγωνοποιεί.

β) Να υπολογίσετε τον πίνακα  $B^4$  (μηγ κάνετε τις τελικές πράξεις)

3. (1 Μονάδα)

Εστω πίνακας  $A_{7 \times 7}$  με χαρακτηριστικό πολυώνυμο το  $h_A(x) = (x-2)^4(x-5)^3$  και ελάχιστο το  $p_A(x) = (x-2)^2(x-5)^3$ . Να βρεθούν οι πιθανές κανονικές μορφές Jordan.

4. (2 Μονάδες)

Εστω τα δεδομένα:

$$\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 & 4 \end{array}$$

Να βρεθεί η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων  $y = \beta_0 + \beta_1 x$

5. (2 Μονάδες)

Να γράψετε την παρακάτω τετραγωνική μορφή

$$F(x) = 3x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$$

σε κανονική μορφή χρησιμοποιώντας την αλλαγή μεταβλητής  $x = Qy$ .