Η ΔΙΑΣΠΑΣΗ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ ΤΙΜΩΝ

SINGULAR VALUE DECOMPOSITION (SVD)

Η SVD είναι μια μορφη διαγωνοποίησης που μπορει να εφαρμοστεί σε καθε πινακα, τετραγωνικο η οχι.

Αυτη είναι της μορφής:

$\boldsymbol{A = U\Sigma V^T}$**,** όπου A $m \times n, U = m \times m, V = n \times n, \Sigma = m \times n$

Οι πίνακες U, V είναι ορθογώνιοι, ο Σ είναι «διαγώνιος» τος μορφής $\begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ όπου Δ ο πίνακας με τις ιδιόμορφες τιμές σ_ι οι οποίες είναι οι ρίζες των ιδιοτιμών λ_ι του πίνακα AA^T, διατεταγμένες απο την μεγαλύτερη προς την μικρότερη. Δηλαδή ισχύει $\sigma_\iota = \sqrt{\lambda_\iota}$

Οι πίνακες AA^T και A^TA έχουν ιδιες ιδιοτιμες, θετικες η μηδεν.(πιθανον οχι με την ιδια πολλαπλοτητα)

Ο πίνακας U έχει για στηλες τα ιδιοδιανύσματα του AA^T, κανονικοποιημένα και ορθογώνια μεταξύ τους (εαν χριεαστεί κάνουμε Gram-Schmidt)

Ο πίνακας V έχει για στηλες τα ιδιοδιανύσματα του A^TA κανονικοποιημένα.

Παράδειγμα:

Εστω A= $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

Τοτε οι ιδιοτιμές των AA^T και A^TA είναι 16, 6 και 0.

Επομένως ο πίνακας Σ που φέρνει τον A σε μορφή σχεδόν διαγώνια είναι ο

Σ = $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{6} & 0 & 0 \end{bmatrix}$