

Γραμμική Άλγεβρα II

Tutorial 8
Τμήμα Στατιστικής
ΟΠΑ

4 Μαΐου 2018

1. Εστω πίνακας $A_{8 \times 8}$ με χαρακτηριστικό πολυώνυμο το $h_A(x) = x^2(x-3)^4(x-2)^2$ και ελάχιστο το $p_A(x) = x^2(x-3)^2(x-2)$. Να βρεθούν οι πιθανές τετραγώνικες μορφές Jordan.

Λυση:

Βλέποντας τις ιδιοτιμές από το χαρακτηριστικό πολυώνυμο έχουμε ότι η διαγώνιος θα έχει τα στοιχεία:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

όπου παρατηρούμε ότι υπάρχουν 3 blocks. Βάσει του ελάχιστου πολυωνυμου όμως καταλήγουμε στο ότι θα

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

◁

2. Να βρεθούν οι ιδιοτιμές της συνάρτησης

$$f(x, y, z) = (x - y, x + y, y - z)$$