

# Γραμμική Αλγεβρα II

Tutorial 1  
Τμήμα Στατιστικής  
ΟΠΑ

23 Φεβρουαρίου 2018

1. Εστω το διάνυσμα  $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  Να βρεθούν

- α) Ένα διάνυσμα  $v$  κάθετο στο  $u$
- β) Να κατασκευάσετε απο αυτά μια ΟΚΒ
- γ) Να κατασκευάσετε έναν ορθογώνιο  $2 \times 2$  πίνακα  $Q$ .

**Απάντηση** Τα διανύσματα κάθετα στο  $u$  έχουν την μορφή  $v = \begin{bmatrix} -2k \\ k \end{bmatrix}$ , επομένως ένα απο αυτά είναι το  $v = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Κανονικοποιώντας τα, παίρνουμε  $u = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$ ,  $v = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$ .

Έτσι, ένας ορθογώνιος πίνακας είναι  $Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$

2.

Εστω ο πίνακας  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 7 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ .

- α) Είναι οι γραμμές του ορθογώνιες; **Σωστό**
- β) Είναι οι στήλες ορθογώνιες; **Λάθος**
- γ) Είναι ορθογώνιος; **Λάθος**

3.

Εστω οτι μας δίνονται τα παρακάτω δεδομένα

$x$	2	5	7	8
$y$	1	2	3	3

Να βρεθεί η ευθεία ελαχίστων τετράγωνων.

**Απάντηση** Κατασκευάζουμε τον πίνακα  $A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \\ 1 & 7 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

και έχουμε

$$Ax = b \Rightarrow A^T Ax = A^T b \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 22 \\ 22 & 142 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 57 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{x} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} \\ \frac{5}{14} \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{y} = \frac{2}{7} + \frac{5}{14}x$$

4. Να βρεθεί η Λύση Ελαχίστων Τετραγώνων (ΛΕΤ) του συστήματος

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 11 \end{bmatrix}$$

**Απάντηση**

$$Ax = b \Rightarrow A^T Ax = A^T b \Rightarrow \begin{bmatrix} 17 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 11 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$