## Κατανομή στατιστικών διατεταγμένου δείγματος και ο έλεγχος Shapiro-Wilk.

### Στατιστικά διατεταγμένου δείγματος (order statistics)

* Έχουμε παρατηρήσεις  που προέρχονται από ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές με αθροιστική συνάρτηση κατανομής .
* Έστω ** η - σε σειρά μεγέθους παρατήρηση**, και άρα  το διατεταγμένο δείγμα.
* Ορίζουμε την **συνάρτηση ποσοστιαίων σημείων** (quantile function)  για .
* Επίσης ορίζουμε την **δειγματική** **συνάρτηση ποσοστιαίων σημείων** (empirical quantile function):



* **Κατανομή** της :





… ροπές της : **π.χ.** **για ομοιόμορφη κατανομή**

, 

* **Γενικώς** , όπου  το διαταγμένο δείγμα ομοιόμορφης και από κεί έχουμε τις προσεγγίσεις (Τaylor…):
  + 
  + 
* **Ασυμπτωτικά** και για ,
  + 
  + και  σε διμεταβλητή κανονική με



### Στατιστικό Shapiro-Wilk

Προκειμένου να ελέγξουμε αν η κατανομή από την οποία προέρχεται το δείγμα μας είναι κανονική προτάθηκε το εξής στατιστικό: 

,

Όπου , ,

με  και 

**Εξήγηση:**

* Στο **normal-probability plot** κάνουμε διάγραμμα  έναντι  και αναμένουμε ότι υπό τη μηδενική υπόθεση τα σημεία θα είναι κοντά στην ευθεία: .
* Αν σε αυτή την εξίσωση θελήσουμε να εκτιμήσουμε το  η βέλτιστη εκτιμήτρια δίνεται από: , με .
* Το στατιστικό του Shapiro-Wild συγκρίνει αυτή την εκτιμήτρια της  (κατάλληλα κανονικοποιημένης) με την κλασσική εμπειρική διακύμανση.