## Έλεγχοι (και μέτρα) συσχέτισης

#### Ο συντελεστής συσχέτισης κατά Kendall

* Έστω έχουμε δείγμα  από διμεταβλητή συνεχή κατανομή με περιθώριες .
* Η **μηδενική** μας είναι αυτή της **ανεξαρτησίας**: 
* Ο συντελεστής συσχέτισης κατά Kendall μετράει (2\*) τη πιθανότητα σε ένα ζευγάρι  και  να είναι ομόρροπη η διάταξη των  με αυτή των  (-1), δηλ. αν  τότε και  ή αν  τότε και . Αυτό ισοδύναμα γράφεται:



* Μπορεί να δειχτεί ότι αυτός ισούται με 0 μόνο υπό τη μηδενική
* Επίσης μπορεί να δειχτεί ότι

,

δηλαδή τη πιθανότητα ένα ζευγάρι να είναι ομόρροπο μείον τη πιθανότητα να είναι αντίρροπο.

* Άρα, αν , ένα ζευγάρι τείνει μάλλον να είναι ομόρροπο παρά αντίρροπο και είναι λογικό να θεωρήσουμε ότι αυτό είναι ένδειξη θετικής συσχέτισης.
* Προκειμένου να ορίσουμε τον εκτιμώμενο συντελεστή κατά Kendall, ορίζουμε πρώτα **το στατιστικό *S* ως το άθροισμα των ζευγαριών που είναι ομόρροπα *P* μείον το άθροισμα των ζευγαριών που είναι αντίρροπα *Q***:



* To S παίρνει τιμές στο διάστημα , με τα άκρα του διαστήματος να λαμβάνονται όταν όλα τα ζευγάρια είναι ομόρροπα ή όλα αντίρροπα.
* Υπό την εναλλακτική της θετικής συσχέτισης , θα έχουμε  και θα παίρνουμε μεγάλες τιμές του 
* Το στατιστικό κατά Kendall ορίζεται ως



* Όταν δεν υπάρχει εξάρτηση μεταξύ  θα έχουμε



βάσει του οποίου μπορεί να ελέγξει κανείς την υπόθεση της ανεξαρτησίας.

#### Ο συντελεστής συσχέτισης κατά Spearman

* Έστω έχουμε δείγμα  από διμεταβλητή συνεχή κατανομή με περιθώριες .
* Υποθέτουμε χωρίς περιορισμό της γενικότητας ότι  και έστω  οι τάξεις των  μεταξύ τους. Δηλαδή έχουμε την ακολουθία «τάξεων»: .
* Υπό τη μηδενική της ανεξαρτησίας οποιαδήποτε αναδιάταξη των  είανι εξίσου πιθανή και άρα τα  πρέπει να είναι ασυσχέτιστα.
* Ο συντελεστής συσχέτισης κατά **Spearman μετράει κατά πόσο οι τάξεις των  συμφωνούν (συσχετίζοναται) με αυτές των .** Ορίζεται όπως ο γνωστός συντελεστής συσχέτισης, αντικαθιστώντας τις τάξεις στις θέσεις των παρατηρήσεων:

,

το οποίο αποδεικνύεται ότι ισούται με



* Όταν δεν υπάρχει εξάρτηση μεταξύ  θα έχουμε  και επιπλέον



βάσει του οποίου μπορεί να ελέγξει κανείς την υπόθεση της ανεξαρτησίας.