## Μη παραμετρική παλινδρόμηση ΙIΙ: Τοπική πιθανοφάνεια σε εκθετικές οικογένειες (local likelihood)

Έστω  από την εκθετική οικογένεια, δηλαδή:

 με 

Τότε , 

**Η παραμετρική παλινδρόμηση** σε επεξηγηματικές  υποθέτει, για κατάλληλο και γνωστό link :



Ή ισοδύναμα: ,  & 

ή αν είχαμε διαλέξει το κανονικό link  θα είχαμε



**Στη μη παραμετρική προσέγγιση** υποθέτουμε , όπου  μια ομαλή συνάρτηση του 

***Παράδειγμα*** 

Ακολούθως Logistic παλινδρόμηση με:

* παραμετρική υπόθεση .
* ή με μη παραμετρική υπόθεση ,  ομαλή.

Στη **παραμετρική** περίπτωση τα  υπολογίζονται μεγιστοποιώντας την πιθανοφάνεια:



Στη **μη-παραμετρική** μεγιστοποιούμε **για κάθε ** ξεχωριστά την

 που δίνει ,

με  και  να εξαρτώνται από το , δηλαδή  και 

και θέσουμε  αφού 

***στο παράδειγμα μας*** στην εκτίμηση του εμπλέκονται τα

, με



From Patrick Breheny’s course at the university of Kentucky

**Regressing probability of Coronary Heart disease on systolic blood pressure**



### Εκτίμηση β

#### Εκτίμηση β στη παραμετρική περίπτωση

,





#### Εκτίμηση β στη τοπική πιθανοφάνεια

έχουμε επιπλέον την «στάθμιση» των , διαφορετική για κάθε  που οφείλεται στον πυρήνα. Έτσι αν

,

τότε τοπικά στο  θα παίρναμε



τότε  και



### Μέτρο για την προσαρμογή μιας εκτιμήτριας

η απόκλιση από το κορεσμένο μοντέλο (**μη παραμετρική περίπτωση**)

 και 

Τότε προσεγγιστικά (αν συνεπής)



### Έλεγχος μεταξύ δύο μοντέλων (φωλιασμένων)

Yπό την  ότι το «μικρό» μοντέλο  είναι το σωστό

,

όπου

.

* Το  είναι αντίστοιχο του  και όπου,
* το  είναι  και
* το  το i–διαγώνιο των 

και 

είναι αντίστοιχο του  και όπου

 = 

και  είναι το διαγώνιο του 

Με αυτό το στατιστικό μπορούμε π.χ. να ελέγξουμε τη μηδενική του παραμετρικού μοντέλου (μηδενική) έναντι της ενναλλακτικής της τοπικής παλινδρόμησης.

**Ενδεικτική απόδειξη: βαθμοί ελευθερίας.**

 Για να πειστούμε για τις παραπάνω σχέσεις ας θυμηθούμε πως προέκυψαν τα  και : (παραβλέποντας το ) είχαμε πάρει



 .

Όμως το αντίστοιχο της  εδώ είναι η



 

Έχουμε:







Εξ αυτών ο δεύτερος όρος αφορά το :





Και ο τρίτος όρος αφορά το :





From Patrick Breheny’s course at the university of Kentucky

**Pointwise Bands**



**Simultnaeous Bands**



**ANOVA table**



### Επιλογή bandwidth πυρήνα

Ελαχιστοποίηση της

 ,

 όπου η εκτιμήτρια της  (με τοπική πιθανοφάνεια) που αγνοεί την i-οστή παρατήρηση. Σημειώστε πως  **δεν είναι γραμμικός εξομαλυντής** και αρα **δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις συνήθεις προσεγγίσεις** προκειμένου να μειώσουμε το χρόνο υπολογισμού.

Αντ’ αυτού **μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το AΙC** που ισοδυναμεί με GCV:

, όπου .