### Ασυμπτωτική θεωρία για γραμμικά συναρτησιακά

**Θεώρημα:** Έστω

* ένα γραμμικό συναρτησιακό
* με συνάρτηση επιρροής την 
* και δειγματική συνάρτηση επιρροής την 

Υποθέτουμε ότι .

Τότε η εκτιμήτρια “plug-in” του  με  θα είναι ασυμπτωτικά κανονική:



Μάλιστα το ίδιο ισχύει αν αντικαταστήσουμε το με το δειγματικό αντίστοιχο :



 και .

Αυτό το τελευταίο επιτρέπει την κατασκευήγια το 



**Απόδειξη:**



ΚΟΘ 

* 
* 
* 

#### Παραλληλισμός ΕΜΠ() με plug-in ()

#### Με και έχουμε:

#### 

* + 
  + 
* Με influence function  έχουμε:
  + 
  + 

Αυτό οφείλεται στο ότι **για ένα παραμετρικό μοντέλο με  η influence function δίνεται από**



Τότε:



### Μη γραμμικά συναρτησιακά

Παραμετρικό αντίστοιχο: η δέλτα μέθοδος για μη γραμμικό 





(γραμμική προσέγγιση της )

Ενώ **για γραμμικά συναρτησιακά είδαμε**



**Για τα μη γραμμικά συναρτησιακά ελπίζουμε**



**Αυτό συμβαίνει όταν είναι παραγωγίσιμη κατά Hadamard**

(μια κάπως πιο ισχυρή έννοια παραγώγισης από τη Gateaux που γνωρίσαμε)

**Θεώρημα:** Αν παραγωγίσιμη «κατά Hadamard» τότε:

, όπου . Επίσης

, όπου 

Άρα παίρνουμε ως  δ.ε για το 



Παράδειγμα. Μέσος 

* 
* 



* 
* και 

Άρα για 

Πρόταση: Αν τότε , όπου



Εφαρμογή: διακύμανση 

Άρα  και  ενώ 

Έτσι με 



#### Παραδείγματα:

##### διακύμανση

* 
* 
* 
* 

 για 

##### p-ποσοστιαία σημεία

* 
* 



* 



* Η  δεν υπάρχει γιατί η  δεν έχει πυκνότητα.
* Για δε για το p-ποσοστιαία σημείο θα χρειαστούμε εκτίμηση της 

