

2016

Πιθανότητες II

Tutorial 6

1)

Η τιμή X (σε ευρώ) και οι ετήσιες πωλήσεις Y (σε δεκάδες χιλιάδες τεμάχια) ενός προϊόντος είναι συνεχείς τ.μ. με από κοινού σ.π. της διδιάστατης τ.μ. (X, Y) που δίνεται από τον τύπο:

$$f(x, y) = \begin{cases} 5xe^{-xy}, & 0.2 < x < 0.4 \wedge y > 0 \\ 0 & \text{αλλου} \end{cases}$$

Να υπολογιστεί ο αναμενόμενος ετήσιος τζίρος της επιχείρησης που πωλεί το συγκεκριμένο προϊόν

2)

Η από κοινού σ.π. της δ.τ.μ. (X, Y) δίνεται από τον τύπο $f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x}e^{-2y}, & x, y \in (0, \infty) \\ 0, & x, y \notin (0, \infty) \end{cases}$.

Να υπολογιστούν οι πιθανότητες (α) $P[X > 1, Y < 1]$, (β) $P[X < Y]$ και (γ) $P[X < a]$.

3)

Η από κοινού σ.π. της διδιάστατης συνεχούς δ.τ.μ. (X, Y) δίνεται από τον τύπο:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{-x/y}e^{-y}}{y}, & 0 < x, y < \infty \\ 0 & \text{αλλου} \end{cases}$$

Υπολογίστε τη δεσμευμένη μέση τιμή $E(X | Y = y)$, όπου $y > 0$.

4)

Η από κοινού σ.π. της διδιάστατης συνεχούς δ.τ.μ. (X, Y) δίνεται από τον τύπο:

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{αλλου} \end{cases}$$

(α) Να υπολογιστούν οι συναρτήσεις $f_X(x)$, $f_Y(y)$, $f_{X|Y}(x|y)$ και $f_{Y|X}(y|x)$.

(β) Να υπολογιστούν οι ποσότητες $E\left[X | Y = \frac{1}{2}\right]$ και $E\left[Y | X = \frac{1}{3}\right]$.

5)

Η από κοινού σ.π. της διδιάστατης συνεχούς τυχαίας μεταβλητής (X, Y) δίνεται από τον τύπο

$$f(x, y) = 1, \text{ αν } |x| < y < 1$$

$$\text{και } f(x, y) = 0, \text{ διαφορετικά.}$$

Να δειχθεί ότι, ενώ οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ασυσχέτιστες, δεν είναι ανεξάρτητες.