

1^ο ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ

1) Ο χρόνος ζωής ενός ανθρώπου είναι μία τ.μ. X που ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέσο χρόνο ζωής 75 χρόνια. Να υπολογιστεί η πιθανότητα ο άνθρωπος αυτός να ζήσει:

- α. το πολύ εβδομήντα χρόνια
- β. ακριβώς εβδομήντα χρόνια
- γ. τουλάχιστον εβδομήντα χρόνια
- δ. πάνω από εβδομήντα χρόνια αν είναι τριάντα χρονών.

(Η εκθετική κατανομή έχει ως παράμετρο το θ και έτσι $E(X)=\theta$, και ισχύει ότι $\theta=1/\lambda$.)

2) Η διάρκεια λειτουργίας μιας λυχνίας ραδιοφώνου ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση διάρκεια λειτουργίας 200 ώρες. Το εργοστάσιο που κατασκευάζει τις λυχνίες επιθυμεί να δώσει εγγύηση στους πελάτες για ορισμένο αριθμό ωρών. Εάν μία λυχνία καεί νωρίτερα, επιστρέφεται στο εργοστάσιο. Ποιος αριθμός ωρών πρέπει να δοθεί σαν εγγύηση έτσι ώστε το πολύ 5% των λυχνιών να επιστρέφονται στο εργοστάσιο;

3) Σε ένα τηλεφωνικό κέντρο εκτιμήθηκε ότι ο χρόνος t της διάρκειας των τηλεφωνικών συνδιαλέξεων είναι μια τ.μ. που ακολουθεί μια κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μορφής

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{5} e^{-kt}, & t > 0 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

α. Να βρεθεί το k ώστε η $f(t)$ να είναι πράγματι σ.π.π.

β. Να υπολογιστεί η πιθανότητα η διάρκεια μιας υπεραστικής συνδιάλεξης:

- i) να υπερβεί τα 5 λεπτά,
- ii) να διαρκέσει μεταξύ 3 και 6 λεπτών
- iii) να διαρκέσει λιγότερο από 3 λεπτά, και
- iv) να διαρκέσει λιγότερο από 6 λεπτά δεδομένου ότι ξεπέρασε σε διάρκεια τα 3 λεπτά.

4) Ο χρόνος επιβίωσης X (σε εβδομάδες) τυχαία επιλεγμένου ποντικιού που εκτίθεται σε ακτινοβολία 240 rads ακολουθεί Γάμμα κατανομή με παραμέτρους $\alpha=8$ και $\theta=15$

α) Να υπολογιστεί ο αναμενόμενος χρόνος επιβίωσης

β) η τυπική απόκλιση του χρόνου επιβίωσης

γ) η πιθανότητα να επιβιώσει για διάστημα μεγαλύτερο των 60 και μικρότερο των 120 εβδομάδων

5) Έστω ότι ο χρόνος αντίδρασης X ενός ατόμου σε κάποιο διεγερτικό ακολουθεί την τυποποιημένη κατανομή Γάμμα με $\alpha=2\text{sec}$. Να υπολογιστεί:

α) η πιθανότητα ώστε ο χρόνος αντίδρασης να είναι περισσότερος από 3sec και λιγότερος από 5sec

β) η πιθανότητα ώστε ο χρόνος αντίδρασης να είναι περισσότερος από 4sec.

6) Ο χρόνος επισκευής (σε ώρες) μιας βλάβης ακολουθεί την κατανομή Γάμμα με παραμέτρους $\alpha = \lambda = 2$. Ποια είναι η πιθανότητα να χρειαστεί για την επισκευή της βλάβης

(α) το πολύ μία ώρα;

(β) τουλάχιστον 2 ώρες,

(γ) χρόνος από 60 έως 90 λεπτά;

(δ) ποιος είναι ο μέσος χρόνος που απαιτείται για την επισκευή της συσκευής;