

# Επιχειρησιακή Έρευνα

Μαθηματικός Προγραμματισμός

Έλεγχος Αποθεμάτων

Project Management  
ΚΑΠ

Γραμμικός Προγραμματισμός  
(γραμμικές εξισώσεις / ανισώσεις)  
 $x^2, y^1, z^1$

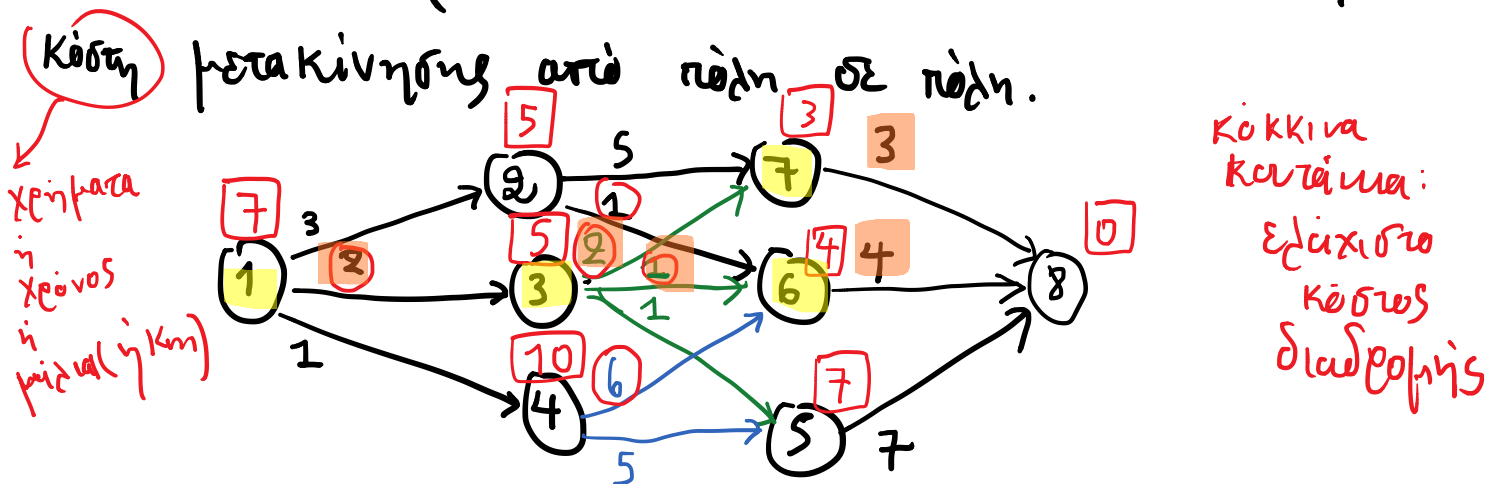
μη-Γραμμικός Προγραμματισμός  
(μη-γραμμικές εξισώσεις/ανισώσεις)  
 $x^2, y^2, x \cdot y, \frac{1}{x+1}, \frac{2}{y}, \sqrt{x}, \sqrt{y}, x^3, y^3, z^3, \dots$

Δυναμικός Προγραμματισμός  
(επιλογή απόφασης για παρέμβαση στο σύστημα)

## Δυναμικός Προγραμματισμός

### Παράδειγμα 3.1.1 (βιβλίο Φακίνου-Οικονόμου σελ. 144)

Δίνεται το παρακάτω δίκτυο πόρων και τα αντίστοιχα

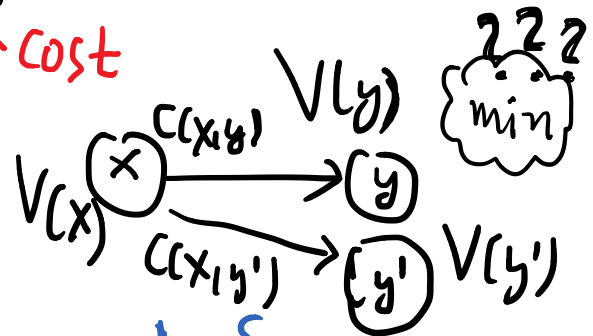


Θέλουμε να βρούμε την ελάχιστη\* διαδρομή ώστε ξεκινώντας από την πόλη (1) να καταλήξουμε στην πόλη (8).

\* π.χ. για μεταφορική εταιρεία, αεροπορική εταιρεία, μεταφορά εμπόρων, ιδιωτή κλπ μεταφορά πετρελαίου φαρμάκων.

$$V(x) = \text{ελάχιστο} \left\{ \begin{array}{l} \text{κόστος της συνδεδεμένης} \\ \text{πόλης } y + \text{κόστος μετακίνησης} \\ \text{από την πόλη } x \\ \text{στην } y \end{array} \right\}$$

$$V(x) = \min_{y: \text{πόλη συνδεδεμένη με την } x} \left\{ V(y) + C(x,y) \right\} \text{ Cost}$$



Δυναμικός Προγραμματισμός: Λύνω ανάποδα →  
Λύνω από το τέλος προς την αρχή!!!

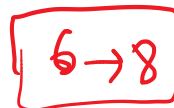
Έχω 8 πόλεις:

τελευταία πόλη :  $V(8) = 0$

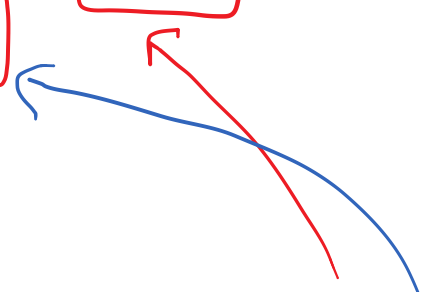
προ-τελευταία πόλη :  $V(7) = \min_{y: \text{πόλη συνδέεται με } x} \left\{ C(x,y) + V(y) \right\} = C(7,8) + V(8) = 3 + 0 = 3$

$V(6) = 4 + 0 = 4$

$V(5) = 7 + 0 = 7$



5 -> 8



$$V(4) = \min_y \{ C(4,y) + V(y) \} = \begin{cases} C(4,6) + V(6) = 6 + 4 = 10 \\ C(4,5) + V(5) = 5 + 7 = 12 \end{cases}$$

*y: πάλι συνδέεται με x*

ελάχιστη διαδρομή 4 → 6

$$V(3) = \min_y \{ C(3,y) + V(y) \} = \begin{cases} C(3,7) + V(7) = 2 + 3 = 5 \\ C(3,6) + V(6) = 1 + 4 = 5 \\ C(3,5) + V(5) = 1 + 7 = 8 \end{cases}$$

ελάχιστες διαδρομές: 3 → 7 ή 3 → 6

$$V(2) = \begin{cases} C(2,7) + V(7) = 5 + 3 = 8 \\ C(2,6) + V(6) = 1 + 4 = 5 \end{cases}$$

ελάχιστη διαδρομή: 2 → 6

$$V(1) = C(1,2) + V(2) = 3 + 5 = 8$$

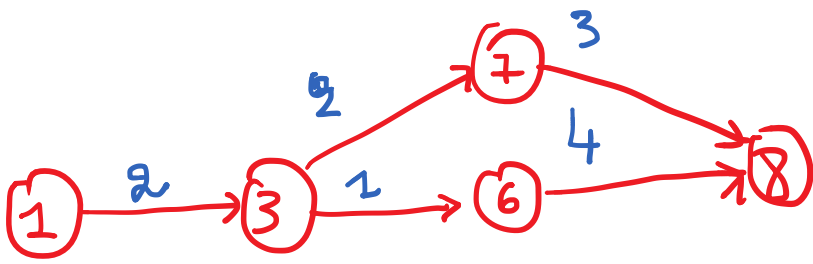
$$\begin{cases} C(1,3) + V(3) = 2 + 5 = 7^* \\ C(1,4) + V(4) = 1 + 10 = 11 \end{cases}$$

ελάχιστη διαδρομή 1 → 3

ελάχιστη διαδρομή:

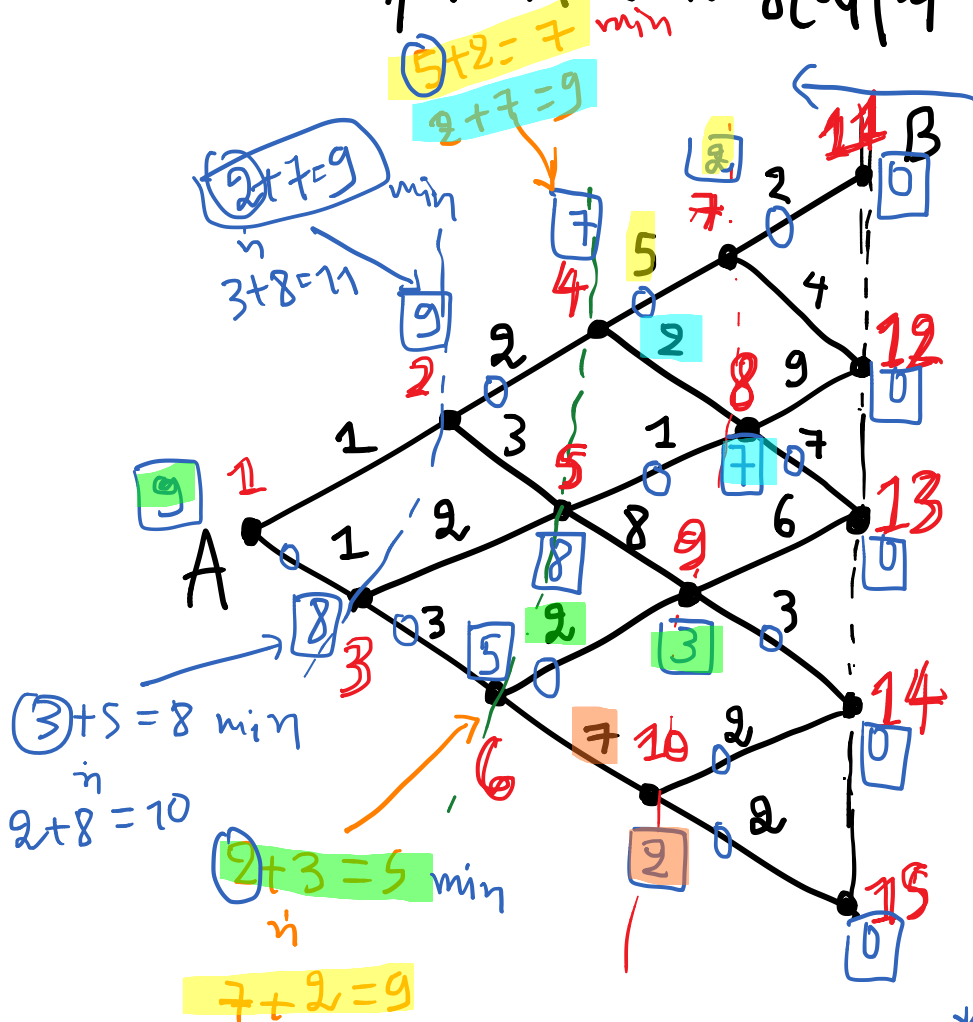
ελάχιστο κόστος διαδρομής

$$V(1) = 7^*$$



επαλήθευση:  $2+2+3=7^*$  ή  $2+1+4=7^*$

Άσκηση 3.3: Να βρεθεί η ελάχιστη διαδρομή από το σημείο A στην γραφή B.



Αρμή τους Κόβους:

\* Λύση πάνω στο σχήμα  
Από το τέλος προς την αρχή!!!

★ Στα κουτάκια βάζω το ελάχιστο κόστος διαδρομής!!!

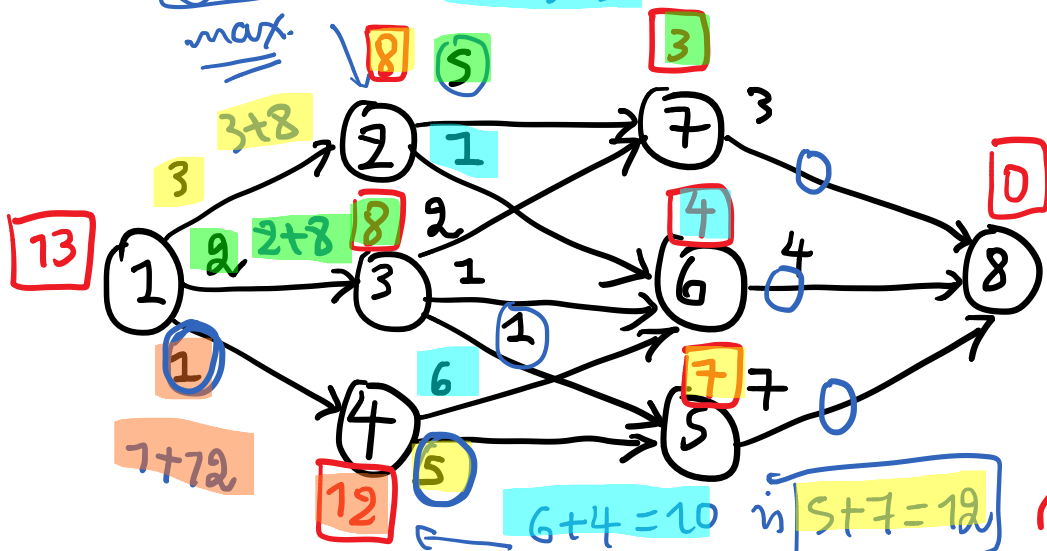
\*\* ενώ τα κυκλάκια υποδηλώνουν την ελάχιστη διαδρομή (π.χ την διαδρομή με το ελάχιστο κόστος)

ελάχιστη διαδρομή: Αναστρώ τα κυκλάκια από το 1 μέχρι τέλος)  
 $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 14$   
 ελάχιστο κόστος διαδρομής:  $9$

# Άσκηση 3.2:

Στο παρακάτω δίκτυο να βρεθεί διαδρομή

μέγιστου κέρδους (μέγιστη διαδρομή):



χρήματα  
προϊόντα που  
πωλήθηκαν  
κλπ.

1, 2, 3, ..., 8: πώλεις και αντίστοιχα <sup>max</sup> κέρδη από επιχειρηματικές δραστηριότητες από πώλη σε πώλη!

Άρα μέγιστη διαδρομή: (απορροφώ τα κυκλάκια από την αρχή προς το τέλος)



μέγιστο κέρδος: 13

$$(1 + 5 + 7 = 13)$$

$$V(x) = \max_y \{ r(x,y) + V(y) \}$$

y: συνδεδεμένη πώλη με x  
reward