23/11/2020

Επιχειρησιακή Έρευνα

Ασκ. 2 σελ. 13 σημειώσεων : Μοντελοποίηση π.γ.π (πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού)

Βήμα 1ο : Ορισμός Μεταβλητών

x_i : ώρες λειτουργίας εργοστασίου i, $i=1,2$

← αυτό ζητάει!!!

y_i : υπερωρίες λειτουργίας εργοστασίου i, $i=1,2$

Βήμα 2ο : Διατύπωση αντικειμενικής συνάρτησης

$$\min Z = \min(20x_1 + 40x_2 + 30y_1 + 60y_2)$$

ελαχιστοποίηση κόστους λειτουργίας

κόστος για E_1

υπερωριακό κόστος E_1

Βήμα 3ο : Διατύπωση Περιορισμών (πόσες μονάδες προϊόντος)

Προσοχή!!! Ο πίνακας δίνει το πόσα προϊόντα παράγονται σε 1 ώρα από κάθε εργοστάσιο για κάθε προϊόν 1, 2, 3.

Π_1: άρα το E_1 σε μία ώρα παράγει 4 μονάδες Π_1

άρα σε x_1+y_1 ώρες λειτουργίας παράγει $4x_1+4y_1$ μονάδες Π_1

το E_2 σε μία ώρα παράγει 3 μονάδες Π_1

άρα σε x_2+y_2 ώρες λειτουργίας παράγει $3x_2+3y_2$

για το Π_1 απαιτούνται τουλάχιστον 30 μονάδες!!!

1ος περιορισμός (για Π_1): $4x_1+4y_1+3x_2+3y_2 \geq 30$

2ος περιορισμός (για Π_2): $2x_1+2y_1+6x_2+6y_2 \geq 70$

3ος περιορισμός (για Π_3): $\underbrace{3x_1+3y_1}+5y_2+5x_2 \geq 60$

πόσες μονάδες Π_3 παράγει το εργοστάσιο Ε1 σε x_1+y_1 ώρες λειτουργίας!!!

πρέπει να παράγει τουλάχιστον 60 μονάδες!!!

$i=1,2$ $\quad x_i \geq 0$, $y_i \geq 0$ $\rightarrow$ ΚΑΙ $x_i \leq 8$, $y_i \leq 3$

Αν λύσουμε το π.γ.π βρίσκουμε το ημερήσιο πλάνο παραγωγής της βιομηχανίας με το ελάχιστο κόστος!!!

Ασκ. 4 σελ. 28 : σημειώσεις κ. Κυριακίδη

$$\max z = \max(2x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4)$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Μια αρχική λύση:

$x_1 = 0$, $x_2 = 0$ → $x_3 = 4$, $x_4 = 5$

$x_1 \; x_2 \; x_3 \; x_4$

$\underset{\sim}{x} = (0, 0, 4, 5)$

Βασική εφικτή λύση

Simplex tableau 1:

* συντελεστές της βάσης στην αντικ. συνάρτηση z

Βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	Λύση	C_B *	θ
x_3	2	1	1	0	4	0	4 ← 4/1 **
x_4	1	2 (οδηγός)	0	1	5	0	$\frac{5}{2}$ ← 5/2 min
z	-2	-3	0	0	0		

Βάζω τους αντίθετους συντελεστές

Ι

τιμή αντικ. συνάρτησης

$z = c_1 \cdot x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4$

$z = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 5$

ή αλλιώς το εσωτερικό γινόμενο των στηλών $\boxed{\text{Βάση}}$ με $\boxed{C}$

- έχω πρόβλημα max, κοιτάω ΜΟΝΟ τους αρνητικούς συντελεστές

κ' επιλέγω τον max κατ' απόλυτη τιμή (αντίστοιχα στο min κοιτάω ΜΟΝΟ τους θετικούς συντελεστές και επιλέγω τον max κατ' απόλυτη τιμή)

** ΔΙΑΙΡΩ ΜΟΝΟ ΜΕ ΘΕΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ!!!

I. μοναδιαίος πίνακας

(5) Φεύγει το x_4 και μπαίνει το x_2 στην βάση!!

Simplex tableau 2

Βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	Λύση	C_B	θ
x_3	$3/2$ οδηγός	0	1	$-1/2$	$3/2$	0	$\frac{3/2}{3/2}=1$ min
x_2	$1/2$	1	0	$1/2$	$5/2$	0	$\frac{5/2}{1/2}=5$
z	$-1/2$	0	0	$3/2$	$15/2$		

$z = 2x_1+3x_2+0x_3+0x_4 = 0+3\cdot\frac{5}{2}+0 = \frac{15}{2}$

$x_1=0$, $x_4=0$ } γιατί δεν είναι στην βάση

επόμενη βασική λύση: $\underline{x} = (0, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, 0)$

Αφού το x_2 είναι στην βάση πρέπει η στήλη του να γίνει βασική με 1 στην θέση του οδηγού στοιχείου! και μηδενικά στα υπόλοιπα!!!

$r_2 \to r_2/2$ (γραμμοπράξεις → απαλοιφή Gauss)

$r_1 \to r_1 - r_2$ $\quad 2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \quad 4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$

$z \to z + 3r_2$ $\quad -2+3\cdot\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

Βρήκα $\underline{x} = (0, \frac{5}{2}, 0, \frac{3}{2}, 0)$ και $z = \frac{15}{2} > 0 \Rightarrow$ προηγούμενο z

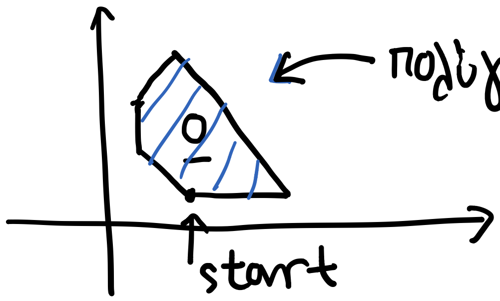
μεγαλύτερο

άρα βρήκα καλύτερη λύση!!!

λόγω προβλήματος max

(αν έβρισκα μικρότερο z από πριν θα είχα κάνει λάθος!!!)

☆ Η βέλτιστη λύση είναι πάντα σε μία κορυφή:



πολύγωνο (χωρίο) εφικτών λύσεων

ο αλγόριθμος Simplex αρχίζει από μία κακή λύση (ΚΟΡΥΦΗ) και σε κάθε βήμα (tableau) πηγαίνει σε καλύτερη κορυφή!!!

Ο μεγαλύτερος και απόλυτη τιμή ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ
συντελεστής στην Z είναι ο $-\frac{1}{2}$ (στήλη x_1).
Βρήκα τα θ (διαιρώ ΜΟΝΟ με τα θετικά)
και το μικρότερο αφορά την 1η γραμμή (γραμμή x_3)

Άρα η x_1 μπαίνει στην βάση και η x_3 βγαίνει από αυτήν!!!

Simplex tableau 3

Βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	Λύση	c_B	θ
x_1	1	0	2/3	-1/3	1	2	
x_2	0	1	-1/3	2/3	2	3	
Z	0	0	1/3	4/3	8		

I: μοναδιαίος πίνακας

$r_1 \to r_1 / \frac{3}{2}$

$r_2 \to r_2 - \frac{1}{2} r_1$

$Z \to Z + \frac{1}{2} r_1$

$\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{3}$

$\frac{15}{2} + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{16}{2} = 8$

Δεν έχω αρνητικό συντελεστή στην Z άρα η άσκηση σταματάει εδώ!

για πρόβλημα max

Ο Αλγόριθμος τερματίζει

Βέλτιστη λύση: $\underline{x} = (1, 2, 0, 0)$ (x_1, x_2, x_3, x_4)

δεν είναι στην βάση, άρα 0

$\boxed{\max Z = 8} \leftarrow 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 0 + 0$