

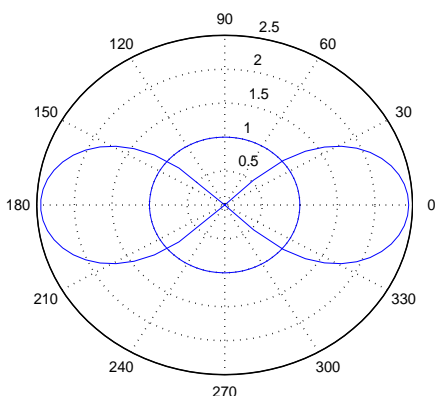
# Μαθηματικός Λογισμός II

## Φυλλάδιο ασκήσεων 5

### Πολικές συντεταγμένες - Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών

4 Απριλίου 2017

1. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης  $r = 1 - \cos(\theta)$  στον πόλο. Να βρεθούν επίσης τα σημεία στα οποία η καμπύλη έχει οριζόντιες και κατακόρυφες εφαπτομένες.
2. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τον λημνίσκο  $r^2 = 6\cos(2\theta)$  και τον κύκλο  $r = \sqrt{3}$ , να βρείτε τα κοινά τους σημεία και να βρείτε τις εφαπτομένες του λημνίσκου στον πόλο. Στη συνέχεια, να βρεθεί το εμβαδό του χωρίου που βρίσκεται εσωτερικά του λημνίσκου  $r^2 = 6\cos(2\theta)$  και εξωτερικά του κύκλου  $r = \sqrt{3}$



Σχήμα 1:  $r^2 = 6\cos(2\theta)$ ,  $r = \sqrt{3}$

3. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού και οι ισοσταθμικές καμπύλες (η επιφάνειες) των συναρτήσεων:

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, \quad g(x, y) = \frac{2x}{x^2 + y^2}$$

4. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τα όρια:

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy - z^2}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{y} e^{-\frac{x^4}{y^2}}$$

5. Να βρεθούν τα όρια:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy - y - 2x + 2}{x - 1}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sqrt{2x - y} - 2}{2x - y - 4}$$