

Μαθηματικός Λογισμός II

Φυλλάδιο ασκήσεων 10

25 Μαΐου 2010

- α) Να υπολογιστεί η κατευθυνόμενη παράγωγος $D_u f(x_0)$ της συνάρτησης $f(x, y) = xy + 4\sin(x)$ στο σημείο $x_0 = (0, 1)$ κατά την κατεύθυνση του διανύσματος $u = (3, 4)$
β) Να υπολογιστεί η κατευθυνόμενη παράγωγος $D_u f(1, -1, 2)$ της συνάρτησης $f(x, y, z) = x^2 y^2 + z(x + y)$ στο σημείο $A = (1, -1, 2)$ κατά την κατεύθυνση του διανύσματος $u = \frac{1}{5}(0, 3, 4)$.
Τι συμπέρασμα βγαίνει από το αποτέλεσμα;
- Εάν $f(x, y) = e^{xy^2}$ και $x = x(t) = t\cos(t)$, $y = y(t) = t\sin(t)$ υπολογίστε την ολική παράγωγο $\frac{df}{dt}$ στο σημείο $t = \frac{\pi}{2}$
- Να εξεταστούν οι παρακάτω συναρτήσεις για μέγιστες - ελάχιστες τιμές:
α) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 6y + 25$
β) $g(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy$
- Να βρεθούν τα ολικά μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $z = f(x, y) = 2x^2 - 4x + y^2 - 4y + 1$ στο κλειστό τριγωνικό χωρίο που φράσσεται από τις ευθείες $x = 0, y = 2, y = 2x$ στο 1ο τεταρτημόριο.
- Βρείτε τα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1 - 12x_2 + 20$.
- Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο δεδομένου όγκου V , ανοιχτό από πάνω. Βρείτε ποιές θα πρέπει να είναι οι διαστάσεις του x_1, x_2, x_3 έτσι ώστε το συνολικό εμβαδό των πλευρών του να είναι ελάχιστο.
α) Η θερμοκρασία των σημείων του χώρου ορίζεται από την συνάρτηση $T(x, y, z) = x^2 - y - 2z$. Ένα πτηνό που βρίσκεται στο σημείο $A(1, 2, 1)$ πετάει προς την κατεύθυνση του διανύσματος $\vec{u}(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ με την ελπίδα ότι θα ζεσταθεί. Είναι οι ελπίδες του βάσιμες;
β) Η θερμοκρασία των σημείων του χώρου ορίζεται από την συνάρτηση $f(x, y, z) = x^2 y + yz - e^{xy}$. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας στο σημείο $P(1, 1, 1)$ ως προς την κατεύθυνση του διανύσματος \vec{PO} , όπου O η αρχή των αξόνων. Να βρεθεί η κατεύθυνση του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της θερμοκρασίας στο σημείο P .