

Μαθηματικός Λογισμός II  
Φυλλάδιο ασκήσεων 5  
Σειρές Fourier, Διανύσματα και ευθείες στον χώρο

10 Μαΐου 2010

1. Βρείτε τη σειρά Fourier για την συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -5 < x < 0 \\ 3 & 0 < x < 5 \end{cases}$$

Πως πρέπει να οριστεί η συνάρτηση στο  $x = 0$  έτσι ώστε η σειρά να συγκλίνει στο  $f(x)$  στο διάστημα  $(-5, 5)$ ;

**Απάντηση**

$L = 5$ . Έχουμε ότι

$$a_n = \frac{1}{5} \int_{-5}^5 f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{5}\right) dx = \frac{3}{5} \int_0^5 \cos\left(\frac{n\pi x}{5}\right) dx = \frac{3}{5} \left( \frac{5}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{5}\right) \right) \Big|_0^5 = 0$$

για  $n \neq 0$ .

Όμοια  $a_0 = 3$  και

$$b_n = \frac{1}{5} \int_{-5}^5 f(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{5}\right) dx = \frac{3}{5} \int_0^5 \sin\left(\frac{n\pi x}{5}\right) dx = \frac{3}{5} \left( -\frac{5}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi x}{5}\right) \right) \Big|_0^5 = \frac{3(1 - \cos(n\pi))}{n\pi}$$

Απο την θεωρία της σύγκλισης των σειρών Fourier για να έχουμε την συνέχεια στο  $x = 0$  θα πρέπει  $f(0) = \frac{3}{2}$  (το ημίθροισμα του δεξιού και του αριστερού ορίου).

2. Να βρεθεί το  $\lambda$  ώστε τα παρακάτω διανύσματα να είναι συνεπίπεδα :

$$\vec{u} = i - j + k, \vec{v} = 2i + j - k, \vec{w} = \lambda i - j + \lambda k$$

**Απάντηση** Πρέπει η ορίζουσα των διανυσμάτων (το μικτό γινόμενο) να είναι ίση με το 0, επομένως παίρνουμε  $\lambda = 1$ .

3. Εάν  $u \times v = u \times w, u \neq 0$ , τότε θα ισχύει και ότι  $v = w$ ?

Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

**Απάντηση** Όχι, θα έχουμε  $|v| \sin(\vartheta) = |w| \sin(\varphi)$ , αλλά αυτό δεν σημαίνει ότι  $v = w$

4. Να εξετάσετε εάν οι παρακάτω ευθείες τέμνονται:

(ε1): Η ευθεία που περνάει από τα σημεία  $A(0, 1, 0)B(1, 2, 1)$

(ε2): η ευθεία που διέρχεται από το  $M(1, 0, 1)$  και είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $u = (0, 1, 0)$

**Απάντηση** Η  $l_1$  έχει παραμετρική εξίσωση :  $x = z = 1, y = t$  και η  $l_2 : x = z = k, y = k + 1$  και έχουν κοινό σημείο το  $A(1, 2, 1)$ .