



Σχολή Οικονομικών Επιστημών - Τμήμα Οικονομικής Επιστήμης  
Στατιστική Ι - Χειμερινό Εξάμηνο 2018-2019

Διδάσκων: Α. Λουκά *email: loukaalex@aueb.gr*

Βοηθός: Δ. Σαρρή, *email: sarridan@aueb.gr*

#### Άσκηση 4.1

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ομοιόμορφης κατανομής είναι:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{για } x \text{ αλλου} \end{cases} \quad (1)$$

Να αποδείξετε ότι για την ομοιόμορφη κατανομή ισχύουν οι σχέσεις:

α.  $E(X) = \frac{a+b}{2}$

β.  $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

#### Άσκηση 4.2

Για τη διμεταβλητή συνάρτηση  $f(x, y) = 15x^2y$ , με  $0 < x < y$  και  $0 < y < 1$ :

α. να αποδείξετε ότι αποτελεί συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας,

β. να βρείτε την οριακή κατανομή  $f_X(x)$  και

γ. να υπολογίσετε την πιθανότητα  $P(X > 0.7)$ .

#### Άσκηση 4.3

[Ε.Γ. Τσιώνας «Στατιστική με Εφαρμογές στα Οικονομικά» Αθήνα 2009]. Αν η τυχαία μεταβλητή  $X$  ακολουθεί την τυπική κανονική κατανομή, ποια είναι η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής  $Y = aX + b$ , όπου  $a$  και  $b$  είναι σταθερές. Πως γενικεύεται αυτό για αυθαίρετη τυχαία μεταβλητή  $X$ ;

#### Άσκηση 4.4

Έστω ότι για τις τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$  είναι γνωστό ότι  $E(X) = 2$ ,  $E(Y) = 6$ ,  $Var(X) = 1$ ,  $Var(Y) = 3$ ,  $Cov(X, Y) = 1$ . Αν  $Z = 5X - 2Y$  να υπολογίσετε τις ποσότητες:  $E(Z)$  και  $Var(Z)$ .

#### Άσκηση 4.5

[Ε.Γ. Τσιώνας «Στατιστική με Εφαρμογές στα Οικονομικά» Αθήνα 2009]. Έστω η διμεταβλητή συνάρτηση μάζας πιθανότητας  $f(x, y) = \frac{3x+y}{7}$ , με  $0 < x < 2$  και  $0 < y < 1$ . Να βρείτε την οριακή κατανομή της  $X$ , την υπό συνθήκη κατανομή της  $Y$  όταν  $X = x$ , τη μέση τιμή  $E(Y|X = x)$  και τη διακύμανση  $Var(Y|X = x)$ .

#### Άσκηση 4.6

Σε ένα υποτιθέμενο δελτίο του ΛΟΤΤΟ θα βρείτε 49 αριθμούς (από το 1 ως το 49), όπου ο παίκτης πρέπει να προβλέψει 6 αριθμούς. Μεγάλος κερδισμένος του ΛΟΤΤΟ είναι αυτός που θα καταφέρει να προβλέψει και τους 6 αριθμούς της κλήρωσης. Το ποσό που εισπράττει ο νικητής είναι 1,000,000 Ευρώ. Για να συμμετάσχει στο παιχνίδι χρειάζεται 0.50 Ευρώ. Ποια είναι το αναμενόμενο κέρδος ενός παίκτη που θα συμμετάσχει σε μία κλήρωση;

#### Άσκηση 4.7

[Ε.Γ. Τσιώνας «Στατιστική με Εφαρμογές στα Οικονομικά» Αθήνα 2009]. Να προσδιορίσετε τη σταθερά  $c$  ώστε η συνάρτηση  $f(x) = c \exp(-\theta x)$ ,  $x \geq 0$  να είναι συνάρτηση πυκνότητας και να προσδιορίσετε τη σταθερά  $\theta$  ώστε ο μέσος της κατανομής να είναι  $\frac{2}{5}$ .

#### Άσκηση 4.8

[Ε.Γ. Τσιώνας «Στατιστική με Εφαρμογές στα Οικονομικά» Αθήνα 2009]. Αν  $Z$  ακολουθεί κανονική κατανομή  $N[0, 1]$  και  $X = \sigma Z + \mu$  να δείξετε ότι η  $X$  ακολουθεί κανονική κατανομή με μέσο  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma^2$ .