

Syllabus Μαθήματος “Μαθηματικά για Οικονομολόγους ΙΙ”

Γενικές Πληροφορίες

Διεύθυνση Γραφείου: Κτήριο Δεριγνύ 12, 2ος Όροφος.

Ώρες Γραφείου: Κάθε Δευτέρα από 20/2/2017 μέχρι και 5/6/2017, 13:15-15:15.¹

e-Class: <https://eclass.aueb.gr/courses/OIK269/>²

Πληροφορίες Φροντιστηρίου : Απόστολος Κασάπης, Υπ. Διδάκτορας, E-mail: akasapis@aub.gr.

Διεύθυνση Γραφείου: Πατησίων 76, 5ος Όροφος, πτέρυγα Δεριγνύ (Δώμα).

Ώρες Γραφείου: Κατόπιν συνενόησης μέσω του akasapis@aub.gr.

Σκοπός Μαθήματος

Το μάθημα σκοπεύει στην εισαγωγή σε βασικές έννοιες γραμμικής άλγεβρας, τεχνικών επίλυσης διαφορικών εξισώσεων, (εφόσον το επιτρέπει ο χρόνος) βελτιστοποίησης ομαλών συναρτήσεων υπό ομαλούς ανισοτικούς περιορισμούς, και εφαρμογών αυτών στην οικονομική θεωρία, ή/και στην στατιστική και την οικονομετρία. Τα παραπάνω σκέλη του μαθήματος δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, καθώς π.χ. αντικείμενα μελέτης στην γραμμική άλγεβρα συναντώνται και εφαρμόζονται και στα υπόλοιπα, ενώ γενικεύσεις των προαναφερθέντων προβλημάτων είναι δυνατόν να λύνονται βάσει συνθηκών που έχουν την μορφή διαφορικών εξισώσεων, κ.λ.π.

Η γραμμική άλγεβρα αποτελεί (εν μέρει) την συλλογή των εννοιών που αφορούν στους διανυσματικούς χώρους και τις γραμμικές συναρτήσεις μεταξύ τους (μορφισμοί). Θα περιοριστούμε στην μελέτη ιδιοτήτων διανυσματικών χώρων επί των πραγματικών αριθμών, και των μορφισμών μεταξύ τους, που στην συγκεκριμένη περίπτωση *αναπαρίστανται* από πραγματικές μήτρες (πίνακες). Χρησιμοποιώντας αυτές τις ιδιότητες, θα μπορούμε π.χ. να καταλαβαίνουμε το γιατί το πλήθος των λύσεων των γραμμικών συστημάτων δεν μπορεί να είναι ίσο με κάποιο φυσικό διάφορο του μηδέν και του ένα.

Διαφορική εξίσωση ονομάζεται όποια σχέση εμπλέκει κατάλληλα παραγωγίσιμη συνάρτηση με τις παραγώγους αυτής, και λύση αυτής όποια τέτοια συνάρτηση την ικανοποιεί. Οι τεχνικές επίλυσης τέτοιων εξισώσεων (μπορεί να) έχουν σχέση με διαδικασίες ολοκλήρωσης, ενώ σε κάποιες κατηγορίες εξισώσεων, π.χ. γραμμικά συστήματα εξισώσεων, συναντώνται άμεσα έννοιες που θα έχουμε δει προηγουμένως, όπως εν προκειμένω το εκθετικό μήτρας.

¹ Θα πρέπει να επισκέπτεστε σε κάθε περίπτωση τον ιστότοπο του e-class του μαθήματος για ενδεχόμενες αλλαγές.

² Ο ιστότοπος του e-class του μαθήματος περιέχει το ηλεκτρονικό ημερολόγιο του μαθήματος, σημειώσεις, ασκήσεις, περαιτέρω βιβλιογραφία και πληροφορίες για τις διαλέξεις και τα φροντιστήρια, διορθώσεις, ανακοινώσεις, κ.ο.κ. Το σχετικό υλικό είναι δυνατόν να ανανεώνεται κατά την διάρκεια του εξαμήνου. Οι φοιτητές/ριες θα πρέπει να τον συμβουλευόμαστε συστηματικά, και παρακινούνται ισχυρά να αναρτούν ερωτήσεις, απορίες, σχόλια, κ.ο.κ.

Στα προαναφερθέντα προβλήματα βελτιστοποίησης οι αντικειμενικές συναρτήσεις είναι κατάλληλα παραγωγίσιμες πραγματικές συναρτήσεις ενώ τα εφικτά σύνολα θα αναπαρίστανται από ομαλά συστήματα ανισώσεων. Αυτά είναι γενικεύσεις των προβλημάτων ισοτικών περιορισμών που έχουν μελετηθεί. Οι αναγκαίες συνθήκες για επίλυση (συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker-KKT) προκύπτουν από την σχετική γενίκευση της μεθόδου των πολλαπλασιατών Lagrange, σε κάποιες περιπτώσεις είναι και επαρκείς, ενώ γενικά οι επαρκείς συνθήκες θα εμπλέκουν χαρακτηρισμό Εσσιανής μήτρας.

Συνοπτική Περιγραφή Ύλης

Το παρακάτω αποτελεί μια πολύ συνοπτική περιγραφή εννοιών που βρίσκονται στην προς διδασκαλία ύλη. Προφανώς οποιαδήποτε μερική αναπροσαρμογή, αναδιάταξη, κ.ο.κ., βρίσκεται στην ευχέρεια του διδάσκοντα.

1. Διανυσματικοί χώροι επί των πραγματικών-αλγεβρικές ιδιότητες, παραδείγματα, υποχώροι, γραμμική παραγωγή διανυσμάτων, γραμμική ανεξαρτησία, βάση και διάσταση.
2. Γεωμετρική δομή: εσωτερικό γινόμενο και παραδείγματα, ορθογωνιότητα, ορθοκανονικές βάσεις, ορθογωνιοποίηση Gram-Schmidt. Νόρμες, αποστάσεις και αναλυτική δομή: όρια ακολουθιών διανυσμάτων.
3. Γραμμικές συναρτήσεις μεταξύ διανυσματικών χώρων και πραγματικές μήτρες, αλγεβρικές ιδιότητες, σύνθεση ως πολλαπλασιασμός μητρών, εκθετικό μήτρας, χώρος στηλών (γραμμών) μήτρας και βαθμός αυτής. Αντίστροφη μήτρας. Ορίζουσα και αντιστροφή. Γραμμικά συστήματα. Ιδιοτιμές, ιδιοδιανύσματα και ιδιοχώροι. Τετραγωνικές μορφές, ορισμένες μήτρες, διαγώνιση μηρών. Εφαρμογές.
4. Διαφορικές εξισώσεις-συστήματα και σύνολα λύσεων, (μη εξαντλητική) ταξινόμηση και τεχνικές επίλυσης, χωριζόμενες μεταβλητές, πλήρεις και ακριβείς εξισώσεις, ολοκλήρωση, ολοκληρώνων παράγοντας, μετασχηματισμοί, εξίσωση Bernoulli, επίλυση μέσω δυναμοσειρών. Γραμμικές εξισώσεις και συστήματα, ομογενείς γραμμικές και σύνολα λύσεων ως διανυσματικοί χώροι. Ποιοτική ανάλυση. Εφαρμογές: δυναμική ευστάθεια αγοράς, υπόδειγμα μεγέθυνσης Solow.
5. Ελάχιστα τετράγωνα. Προβλήματα βελτιστοποίησης ομαλών συναρτήσεων με ανισοτικούς περιορισμούς, αναγκαίες συνθήκες KKT και ερμηνεία αυτών, ικανές συνθήκες. Εφαρμογές.

Ενδεικτική Βιβλιογραφία

Τα παρακάτω αποτελούν ενδεικτική βιβλιογραφία. Κατά την διάρκεια των διαλέξεων ο κατάλογος είναι δυνατόν να εμπλουτίζεται. Σε κάθε περίπτωση συνίσταται ισχυρά η μελέτη από το δυνατόν περισσότερες πηγές και η προσπάθεια επίλυσης όσο το δυνατόν περισσότερων ασκήσεων.

1. Ε. Γ. Τσιώνας, *ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ*, Εκδ. ΟΠΑ, 2015.
2. A.C. Chiang, *ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ*, Κριτική, 2009.
3. Μ. Λουκάκης, *ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ*, Εκδ. Σοφία, 2008.
4. S. Gilbert, *ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ*, Παν. Εκδ. Κρήτης, 2015.
5. Σ. Λ. Τραχανάς, *ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ: ΜΕΘΟΔΟΙ ΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ*, Παν. Εκδ. Κρήτης, 2015.
6. Α. Ντέμος, *ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΣΕ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΧΩΡΟΥΣ* (στα αγγλικά), <http://www.aueb.gr/users/demos/vectors.pdf>.