



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**  
**Φυλλάδιο 3**

**Άσκηση 3.1**

Έστω οι ακόλουθοι πίνακες:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (α) Να προσδιορίσετε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο των πινάκων.  
(β) Να βρείτε τις **ιδιοτιμές** (*eigenvalues*) και τα **ιδιοδιανύσματα** (*eigenvectors*) των παραπάνω μητρών.  
(γ) Να οριστούν οι παραπάνω πίνακες.  
(δ) Να γίνει η διαγωνοποίηση των παραπάνω μητρών.  
(ε) Να υπολογιστούν οι μήτρες:  $A^{2017}$ ,  $B^{2017}$ ,  $C^{2017}$ .

**Άσκηση 3.2**

Το σύστημα Εισροών-Εκροών μιας υποθετικής οικονομίας για  $n=3$  τομείς παραγωγής παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα:

<b>Εισροές ανά Τομέα</b>	<b>Εκροές ανά Τομέα Παραγωγής</b>			<b>Τελική Ζήτηση</b>
	Πρωτογενής	Δευτερογενής	Τριτογενής	
Πρωτογενής	$a_{11} = 0,5$	$a_{12} = 0,4$	$a_{13} = 0$	$b_1$
Δευτερογενής	$a_{21} = 0,1$	$a_{22} = 0,2$	$a_{23} = 0,4$	$b_2$
Τριτογενής	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 0,1$	$a_{33} = 0,5$	$b_3$

- (α) Να γράψετε το σύστημα αυτό υπό μορφή πινάκων.  
(β) Να προσδιορίσετε τη Μήτρα Leontief. Η οικονομία μας είναι σε θέση να αναπαραχθεί;  
(γ) Να προσδιορίσετε την Αντίστροφη Μήτρα Leontief. Τι μας δείχνει το κάθε στοιχείο της;  
(δ) Να προσδιορίσετε τα επίπεδα παραγωγής των τριών κλάδων της οικονομίας αν το διάνυσμα της τελικής ζήτησης είναι ίσο με  $b^T = (140 \ 100 \ 360)$ .