ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΝΔΟΓΕΝΟΥΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΜΕΓΕΘΥΝΣΗΣ ΜΕ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΤΗΤΕΣ

5.1 Εισαγωγή

Τα βασικά συμπεράσματα του Νεοκλασσικού Υποδείγματος, όπως αναλυτικά παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα δύο κεφάλαια, μπορούν να συνοψιστούν στα ακόλουθα σημεία:

- Η ανάπτυξη μίας οικονομίας της ελεύθερης αγοράς, ανεξάρτητα από τις βραχυχρόνιες διακυμάνσεις της, τείνει να προσεγγίσει μία κατάσταση στην οποία το κατά κεφαλή εισόδημα και η κατά κεφαλή κατανάλωση αυξάνονται με σταθερό ρυθμό. Ο ρυθμός αυτός είναι συνάρτηση αποκλειστικά και μόνο εξωγενών παραγόντων, όπως ο ρυθμός απόκτησης καινούργιας γνώσης από το ανθρώπινο δυναμικό και ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού.
- Η οικονομική διάρθρωση και η οικονομική πολιτική δεν μπορούν να επηρεάσουν το μακροχρόνιο ρυθμό οικονομικής ανάπτυξης μιας χώρας, διότι αυτός εξαρτάται από καθαρά εξωγενείς παράγοντες.
- Ο μακροχρόνιος ρυθμός οικονομικής ανάπτυξης δεν επηρεάζεται από παράγοντες όπως η στάθμιση του μέλλοντος σε αποφάσεις του παρόντος, ο βαθμός της αποστροφής στον κίνδυνο, το ποσοστό του χρόνου που διατίθεται για εκπαίδευση και βελτίωση της ποιότητας του εργατικού δυναμικού, οι επενδύσεις σε έρευνα και τεχνολογία και το θεσμικό πλαίσιο της οικονομίας.

Τα υποδείγματα ενδογενούς οικονομικής ανάπτυξης που αναπτύχθηκαν τα τελευταία τριάντα χρόνια, ανατρέπουν τις παραπάνω προτάσεις του Νεοκλασικού Υποδείγματος. Η αρχή της βιβλιογραφίας των ενδογενών υποδειγμάτων οικονομικής ανάπτυξης τοποθετείται στα άρθρα των Romer (1986) και Lucas (1988) του Πανεπιστημίου του Σικάγο. Η βιβλιογραφία αυτή επεκτάθηκε έκτοτε με ταχύτατο ρυθμό και αποτελεί πλέον τον κορμό της σύγχρονης θεωρίας της οικονομικής ανάπτυξης, Τα υποδείγματα οικονομικής ανάπτυξης που έχουν παρουσιαστεί μέχρι σήμερα, μπορούν να χωρισθούν σε πέντε κατηγορίες:

α) Αυξουσών Αποδόσεων Κλίμακας με Εξωτερικότητες [(Romer (1986), Lucas (1988)].

β) Γραμμικής Τεχνολογίας [Rebelo (1991), Jones και Manuelli (1990)].

γ) Αυξουσών Αποδόσεων Κλίμακας και Ατελούς Ανταγωνισμού [Romer (1991), Grossman και Hellpman (1990) και Aghion και Howitt (1991)].

δ) Ενδογενούς Γεννητικότητας [(Becker και Barro (1988), Tamura (1988), Becker, Murphy και Tamura (1990)].

ε) Θεσμικά [Acemoglou, κ.λ. (2005)]

Το κοινό χαρακτηριστικό των υποδειγμάτων και των πέντε κατηγοριών είναι ότι ο μακροχρόνιος ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης της οικονομίας βασίζεται στην κατανομή των οικονομικών πόρων, δηλαδή καθορίζεται ενδογενώς. Γι' αυτό, άλλωστε και τα υποδείγματα αυτά ονομάζονται υποδείγματα ενδογενούς οικονομικής μεγέθυνσης. Έτσι αντίθετα με το νεοκλασσικό υπόδειγμα οικονομικής ανάπτυξης, οι ρυθμοί οικονομικής μεγέθυνσης βασίζονται στην τεχνολογία και τις προτιμήσεις. Κατά συνέπεια, αν η τεχνολογία και οι προτιμήσεις διαφέρουν από χώρα σε χώρα θα μπορούσαμε ίσως να εξηγήσουμε τις παρατηρούμενες διαφορές ανάμεσα στους ρυθμούς οικονομικής μεγέθυνσης των χωρών αυτών. Ακόμη αφού το θεσμικό πλαίσιο και η οικονομική πολιτική μιας κυβέρνησης συνήθως επηρεάζει την κατανομή των οικονομικών πόρων της χώρας, θα μπορούσαμε ίσως να καταλάβουμε πώς το θεσμικό πλαίσιο και η οικονομική πολιτική επηρεάζουν τους μακροχρόνιους ρυθμούς οικονομικής μεγέθυνσης.

Τα υποδείγματα ενδογενούς οικονομικής ανάπτυξης με αύξουσες αποδόσεις κλίμακας, λόγω εξωτερικοτήτων αποτελούν τις απλούστερες μετατροπές του Νεοκλασικού Υποδείγματος, που οδηγούν στα αποτελέσματα της προηγούμενης παραγράφου. Σε αυτά τα υποδείγματα, η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από αύξουσες αποδόσεις κλίμακας οι οποίες είναι εσωτερικές στο σύνολο της οικονομίας αλλά εξωτερικές για τις κατ' ιδίαν επιχειρήσεις που έχουν σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Το βασικό χαρακτηριστικό που διασφαλίζει την ύπαρξη ισορροπίας στην οικονομία της ελεύθερης αγοράς παρά την ύπαρξη των αυξουσών αποδόσεων είναι ότι οι αύξουσες αποδόσεις κλίμακος προέρχονται από εξωτερικότητες. Η πορεία μιάς οικονομίας χαρακτηρίζεται από το σημείο ανταγωνιστικής ισορροπίας. Βέβαια, η ύπαρξη εξωτερικοτήτων σε μια ελεύθερη οικονομία σημαίνει ότι το ΣΑΙ δεν είναι Pareto Optimum. Έτσι μπορούμε να αναλύσουμε το ρόλο της βέλτιστης οικονομικής αναπτυξιακής πολιτικής που με τις κατάλληλες παρεμβάσεις της, θα μας οδηγήσει το σημείο της ανταγωνιστικής ισορροπίας σε Pareto Optimum.

Τα υποδείγματα γραμμικής τεχνολογίας βασίζονται στο νεοκλασσικό υπόδειγμα οικονομικής μεγέθυνσης με μία διαφορά. Θεωρούν ότι η οριακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου είναι σταθερή ή προσεγγίζει ένα σταθερό θετικό και αρκούντως μεγάλο αριθμό. Σ' αυτή την περίπτωση το σημείο της ανταγωνιστικής ισορροπίας είναι Pareto Optimum.

Τα υποδείγματα με αύξουσες οικονομίες κλίμακας και ατελή ανταγωνισμό βασίζονται στην ύπαρξη αγαθών που δεν είναι κατευθείαν παραγωγικά αλλά συμβάλλουν στην διάχυση της γνώσης όπως η Έρευνα και η Τεχνολογία. Και σ' αυτήν την περίπτωση το σημείο ισορροπίας της αγοράς δεν είναι Pareto Optimum.

Τα υποδείγματα ενδογενούς γεννητικότητας εξηγούν τους "παρονομαστές" του ρυθμού οικονομικής μεγέθυνσης. Ειδικότερα στα υποδείγματα αυτά ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης καθορίζεται από το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού σε συνδυασμό όμως με το κατά κεφαλήν ανθρώπινο κεφάλαιο. Ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού εξαρτάται από τις προτιμήσεις των νοικοκυριών ανάμεσα σε περισσότερα αγαθά ανά μέλος και περισσότερα μέλη. Άρα με τα υποδείγματά τους οι Barro και Becker, μετατρέπουν σε ενδογενή μεταβλητή τους δείκτες γονιμότητας με καθοριστικής σημασίας επιδράσεις πάνω στη διαδικασία της οικονομικής ανάπτυξης.

Τέλος, στα θεσμικά υποδείγματα ενδογενούς οικονομικής μεγέθυνσης, η οργάνωση του οικονομικού συστήματος επιτρέπει την συγκέντρωση οικονομικής ή και πολιτικής δύναμης σε ορισμένους οικονομικούς παράγοντες και επηρεάζει έμμεσα την συνολική παραγωγικότητα και την εξέλιξη της. Οικονομικοί θεσμοί που προωθούν την οικονομική μεγέθυνση, όταν οι πολιτικοί θεσμοί κατανέμουν την οικονομική δύναμη σε φορείς με κίνητρα για την προστασία των ιδιοκτησιακών δικαιωμάτων, την προστασία του ανταγωνισμού και τον περιορισμό των πελατειακών σχέσεων.

5.2 Το Υπόδειγμα του Romer (1986): Εξωτερικότητες του Φυσικού Κεφαλαίου

Ο Romer (1986) ακολούθησε τον Arrow (1962) στην θεώρηση του τεχνολογικού επιπέδου όχι ως μία εξωγενή μεταβλητή, όπως στο Νεοκλασσικό υπόδειγμα οικονομικής μεγέθυνσης, αλλά ως μία ενδογενή μεταβλητή που συνδέεται με το συνολικό φυσικό κεφάλαιο. Η διαφορά ανάμεσα στον Arrow (1962) και στο Romer (1986) κυρίως βασίζεται στην υπόθεση του τελευταίου ότι το εξωτερικό και το εσωτερικό αποτέλεσμα του φυσικού κεφαλαίου οδηγεί σε αύξουσες αποδόσεις κλίμακας έναντι των σταθερών αποδόσεων κλίμακας που υπέθεσε ο πρώτος. Πιό συγκεκριμένα, στο υπόδειγμα του Romer, η γνώση (Know-how) είναι ενσωματωμένη στον παραγωγικό συντελεστή φυσικό κεφάλαιο κατά τέτοιο τρόπο ώστε ο συντελεστής αυτός να χαρακτηρίζεται από εξωτερικότητες ή εξωτερικές οικονομίες που οδηγούν σε σταθερές αποδόσεις κλίμακος για τους κατ' ίδίαν οικονομικούς παράγοντες και αύξουσες αποδόσεις κλίμακος για το σύνολο της οικονομίας. Αυτό γίνεται γιατί η βελτίωση του τεχνολογικού επιπέδου (τεχνολογική πρόοδος) είναι το αποτέλεσμα των επενδύσεων όλων των επιχειρήσεων της οικονομίας. Και για το λόγο αυτό το επίπεδο της τεχνολογίας είναι σαν τέλειο δημόσιο αγαθό. Για παράδειγμα, η παραγωγικότητα ενός μηχανήματος κατάτμησης του DNA για μία επιχείρηση γενετικής μηχανικής εξαρτάται από παλαιότερες επενδύσεις σε λογισμικό, συστήματα ηλεκτρονικών υπολογιστών, οπτικές ίνες, και ρομπότ άλλων επιχειρήσεων στη βιοχημεία καθώς και σε άλλους βιομηχανικούς κλάδους. Καθώς όμως, οι επενδύσεις αυτές έχουν οφέλη που διαχέονται στο σύνολο της οικονομίας, αγνοούνται από τους οικονομικούς παράγοντες που έχουν ατομικιστικά κίνητρα. Δηλαδή, οι επιδράσεις αυτές δεν λαμβάνονται υπόψη από αυτούς που πραγματοποίησαν τις παλαιότερες επενδύσεις, πέραν αυτών που αντιστοιχούν σε ατομικιστικά κίνητρα. Με άλλα λόγια, ο μηχανισμός της αγοράς δεν λαμβάνει επαρκώς υπόψη τα οφέλη για το σύνολο της οικονομίας από την νέα γνώση που δημιουργείται από τις παλαιότερες επενδύσεις σε φυσικό κεφάλαιο, όπως εκείνα που απολαμβάνει η επιχείρηση της γενετικής μηχανικής του παραδείγματος.

5.2.α Τα Νοικοκυριά

Η οικονομία του υποδείγματος του Romer αποτελείται από ένα δεδομένο αριθμό ομοίων νοικοκυριών ($n \in N_{+}$). Η παραγωγή λαμβάνει χώρα σε ένα δεδομένο αριθμό επιχειρήσεων που παράγουν ένα ομοιογενές προϊόν το οποίο μπορεί να καταναλώνεται και να επενδύεται. Οι παραγωγικοί συντελεστές -φυσικό κεφάλαιο και εργασία- ανήκουν στα νοικοκυριά όπως και οι επιχειρήσεις. Τα νοικοκυριά παρέχουν υπηρεσίες κεφαλαίου και εργασίας στις επιχειρήσεις και αγοράζουν απ' αυτές το προϊόν τους σε πλήρως ανταγωνιστικές αγορές. Οι προτιμήσεις του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού χαρακτηρίζονται από τη διαχρονική συνάρτηση χρησιμότητας:

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \ , \qquad \beta \in (0,1) \tag{5.2.1}$$

όπου: c_t είναι η κατανάλωση στην περίοδο t

$u: \Re_{+} \rightarrow \Re$ είναι μία προσωρινή συνάρτηση χρησιμότητας της μορφής:

$$u(c_t) = \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \ , \qquad \gamma \in \Re_{+} \tag{5.2.2}$$

Οι εισοδηματικοί περιορισμοί που αντιμετωπίζει το αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό είναι της μορφής:

$$c_t + i_t \leq p_{k_t} k_t + p_{h_t} h_t + d_t \ , \ \forall t \in N_{+} \tag{5.2.3}$$

όπου: i_t είναι η αποταμίευση και επένδυση της περιόδου t

p_{k_t} είναι το πραγματικό κόστος χρήσης του κεφαλαίου στην περίοδο t

k_t είναι το απόθεμα του κεφαλαίου στην αρχή της περιόδου t

p_{h_t} είναι ο πραγματικός μισθός στην περίοδο t

h_t είναι ο χρόνος που παρέχεται για εργασία την περίοδο t και

d_t είναι το πραγματικό μέρισμα της περιόδου t.

5.2.β Κανόνας Μετάβασης του Κεφαλαίου

Η φυσική απόσβεση του κεφαλαίου του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού είναι ένα σταθερό ποσοστό του υπάρχοντος κεφαλαίου $\delta \in (0,1)$.

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t \tag{5.2.4}$$

5.2.γ <u>*Θεσμικοί Περιορισμοί*</u>

Θεσμικοί περιορισμοί υποχρεώνουν το κάθε νοικοκυριό να παρέχει μιά χρονική μονάδα εργασίας σε κάθε περίοδο:

$$h_t = 1 \quad , \forall t \in N_+ \tag{5.2.5}$$

Εναλλακτικά, η υπόθεση αυτή μπορεί να αιτιολογηθεί μέσα από την επιλογή ελεύθερου χρόνου και εργασίας κατά τέτοιο τρόπο ώστε η προσφορά εργασίας να είναι πλήρως ανελαστική (δηλαδή, το αποτέλεσμα υποκατάστασης να εξουδετερώνει πλήρως το αποτέλεσμα εισοδήματος).

5.2.δ <u>*Φυσικοί Περιορισμοί*:</u>

Οι επιλογές του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού δεσμεύονται και από τους εξής περιορισμούς:

$$c_t \geq 0 \tag{5.2.6}$$

$$k_{t+1} \geq 0 \tag{5.2.7}$$

$$k_o \in \Re_+ \tag{5.2.8}$$

5.2.ε <u>*Η Οικονομική Συμπεριφορά των Νοικοκυριών*</u>

Στην αρχή της κάθε περιόδου το αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό επιλέγει ένα σχέδιο κατανάλωσης και επένδυσης, $\{ c_t , i_t \}_{t=0}^{\infty}$ ώστε να μεγιστοποιήσει την συνάρτηση χρησιμότητας (5.2.1), υπό τους περιορισμούς (5.2.3) - (5.2.8), θεωρώντας δεδομένα τις τιμές των παραγωγικών συντελεστών και τα πραγματικά μερίσματα, $\{ p_{k_t} , p_{h_t} , d_t \}_{t=0}^{\infty}$.

5.2.στ *Επιχειρήσεις-Τεχνολογία*

Η παραγωγή λαμβάνει χώρα σ' ένα σταθερό αριθμό επιχειρήσεων, $m \in N_+$. Επίσης η τεχνολογία της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης χαρακτηρίζεται από μία συνάρτηση παραγωγής της μορφής:

$$Y_t = F(K_t, L_t, \overline{K}_t) = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \overline{K}_t^{\zeta}, \ \alpha \in (0,1), \ \zeta \in \Re_+ \qquad (5.2.9)$$

όπου:

Y_t είναι το προϊόν την περίοδο t

K_t είναι η εισροή του κεφαλαίου στην περίοδο t

L_t είναι η εισροή της εργασίας στην περίοδο t

$\overline{K}_t$ είναι το μέσο συνολικό κεφάλαιο της οικονομίας στην αρχή της περιόδου t.

Δηλαδή,

$$\overline{K}_t = mK_t = nk_t \qquad (5.2.10)$$

Παρατήρηση: Η παρουσία του όρου $\overline{K}_t^{\zeta}$ στο αριστερό σκέλος της (5.2.9) είναι ένδειξη του εξωτερικού αποτελέσματος του φυσικού κεφαλαίου στην παραγωγή.

5.2.ζ. *Η Οικονομική Συμπεριφορά των Επιχειρήσεων*

Στην αρχή της κάθε περιόδου t η αντιπροσωπευτική επιχείρηση επιλέγει ένα σχέδιο παραγωγής και χρήσης των υπηρεσιών των παραγωγικών συντελεστών (Y_t, K_t, L_t) ώστε να μεγιστοποιήσει τα πραγματικά της κέρδη:

$$\Pi_t = Y_t - p_{k_t} K_t - p_{h_t} L_t \qquad (5.2.11)$$

υπό τον περιορισμό της τεχνολογίας της (5.2.9), θεωρώντας δεδομένες τις τιμές των παραγωγικών συντελεστών και το συνολικό φυσικό κεφάλαιο. Η μη αναγνώριση από την αντιπροσωπευτική επιχείρηση ότι η συμπεριφορά της επηρεάζει το συνολικό φυσικό κεφάλαιο $\overline{K}_t$ είναι επακόλουθο του δημόσιου χαρακτήρα του συνολικού φυσικού κεφαλαίου στην παραγωγή. Τεχνικά, οι οικονομικοί παράγοντες δεν «βλέπουν» τις σχέσεις $\overline{K}_t, K_t, k_t$ στην (5.2.10).

5.1.2 Το Σημείο Ανταγωνιστικής Ισορροπίας

Το σημείο της ανταγωνιστικής ισορροπίας της οικονομίας είναι μια ακολουθία $\{ (c_t^*, i_t^*, l_t^*, h_t^*), (Y_t^*, K_t^*, L_t^*), (p_{k_t}^*, p_{k_t}^*, d_t^*), \overline{K}_t \}_{t=0}^{\infty}$, τέτοια ώστε:

- Δεδομένης της ακολουθίας τιμών $\{ p_{k_t}, p_{h_t}, d_t \}_{t=0}^{\infty}$, και του συνολικού κεφαλαίου $\overline{K}_t \}_{t=0}^{\infty}$, η ακολουθία $\{ c_t^*, i_t^*, l_t^*, h_t^* \}_{t=0}^{\infty}$ αποτελεί λύση του προβλήματος του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού.
- Δεδομένης της ακολουθίας τιμών $\{ p_{k_t}, p_{h_t}, d_t \}_{t=0}^{\infty}$ και του συνολικού κεφαλαίου $\overline{K}_t \}_{t=0}^{\infty}$, η ακολουθία $\{ Y_t^*, K_t^*, L_t^* \}_{t=0}^{\infty}$ αποτελεί λύση του προβλήματος της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης.
- Δεδομένων των ακολουθιών $\{c_t, i_t, l_t, h_t \}_{t=0}^{\infty}$, $\{Y_t, K_t, L_t \}_{t=0}^{\infty}$ και του συνολικού κεφαλαίου $\overline{K}_t \}_{t=0}^{\infty}$, η ακολουθία τιμών $\{ p_{k_t}^*, p_{h_t}^*, d_t^* \}_{t=0}^{\infty}$, εκκαθαρίζει τις αγορές σε κάθε χρονική περίοδο, υπό την έννοια ότι:

$$mY_t^* = ny_t^* = n(c_t^* + i_t^*),\ \forall t \in N_+ \tag{5.2.12}$$

$$mK_t^* = nK_t^*,\ \forall t \in N_+ \tag{5.2.13}$$

$$mL_t^* = nh_t^* = n,\ \forall t \in N_+ \tag{5.2.14}$$

- Δεδομένων των ακολουθιών $\{c_t, i_t, l_t, h_t \}_{t=0}^{\infty}$, $\{Y_t, K_t, L_t \}_{t=0}^{\infty}$μ και $\{ p_{k_t}^*, p_{h_t}^*, d_t^* \}_{t=0}^{\infty}$, η ακολουθία του συνολικού κεφαλαίου, $\overline{K}_t \}_{t=0}^{\infty}$, ικανοποιεί τη σχέση (5.1.10).

Ασκηση 5.1: Δείξτε ότι οι ποσότητες του σημείου ανταγωνιστικής ισορροπίας χαρακτηρίζονται από τη λύση του προβλήματος:

$$\max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \qquad (1)$$

υπό τους περιορισμούς

$$c_t + i_t \leq y_t \qquad (2)$$

$$y_t \leq f(k_t, \overline{K}_t) \qquad (3)$$

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t \qquad (4)$$

$$k_{t+1}, c_t \geq 0 \qquad (5)$$

$$k_o \in (0, \infty) \text{ δεδομένο} \qquad (6)$$

όπου:

$$f(k_t, \overline{K}_t) = A k_t^{\alpha} \overline{K}_t^{\zeta} \qquad (7)$$

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \qquad (8)$$

Και, με δεδομένη ακολουθία για το συνολικό κεφάλαιο, $\overline{K}_t \}_{t=0}^{\infty}$.

Από την Άσκηση 1, αν $\{k_{t+1}^{*}\}_{t=0}^{\infty}$ είναι μία λύση του προβλήματος της ανταγωνιστικής ισορροπίας έπεται ότι k_{t+1}^{*} είναι λύση του προβλήματος:

$$\max_{0 \leq k_{t+1} \leq f(k_t, \overline{K}_t) + (1-\delta)k_t} \{ u[f(k_t, \overline{K}_t) - k_{t+1} + (1-\delta)k_t] + \beta u[f(k_{t+1}, \overline{K}_{t+1}) - \lim_{x \to \infty} - k_{t+2} + (1-\delta)k_{t+1}] \}, \quad \forall t \in N_+$$

Δεδομένου των συναρτησιακών μορφών των $u(\bullet)$ και $f(\bullet,\bullet)$ και καθώς έχουμε υποθέσει $k_o > 0$, η λύση του παραπάνω προβλήματος είναι εσωτερική. Συνεπώς, αναγκαία συνθήκη για την επίλυση του προβλήματος αυτού είναι η συνθήκη Euler:

$$-u_{c_t} + \beta u_{c_{t+1}} [f_k(k_{t+1}, \overline{K}_{t+1}) + (1-\delta)] = 0 \qquad (5.2.15)$$

ή, ισοδύναμα

$$\frac{u_{c_t}}{u_{c_{t+1}}} = \beta [1 - \delta + f_k(k_{t+1}, n k_{t+1})] \qquad (5.2.16)$$

Παρατήρηση: Η οικονομική ερμηνεία της σχέσης αυτής είναι ακριβώς η ίδια όπως της αντίστοιχης συνθήκης του Νεοκλασσικού υποδείγματος οικονομικής ανάπτυξης.
Η σχέση (5.2.16) συνεπάγεται, λόγω των (7), (8) και (5.2.10):

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = [\ \beta(1-\delta + n^{\zeta} A\alpha k_{t+1}^{\alpha+\zeta-1})\ ]^{\frac{1}{\gamma}} \tag{5.2.17}$$

Με την ακολουθία για το συνολικό κεφάλαιο να είναι εξωγενής, όσον αφορά τους οικονομικούς παράγοντες, η αντικειμενική συνάρτηση στο πρόβλημα του κοινωνικού σχεδιαστή που αντιστοιχεί στην ανταγωνιστική ισορροπία (Άσκηση 5.1) είναι αυστηρά κοίλη. Τούτο συνεπάγεται ότι η συνθήκη Euler μαζί με την τερματική συνθήκη:

$$\beta^T u_{c_T} k_{T+1} = \beta^T \frac{k_{T+1}}{c_T^{\gamma}} \to 0 \ as\ T \to \infty \tag{5.2.18}$$

είναι ικανές συνθήκες για την μοναδική λύση του προβλήματος αυτού. Είναι σημαντικό να γίνει αντιληπτό, ότι η τερματική συνθήκη δεν περιορίζει ουσιαστικά τον ρυθμό αύξησης της κατανάλωσης και του κεφαλαίου.

Θεώρημα: (α) Το σημείο ανταγωνιστικής ισορροπίας συνεπάγεται αύξηση της κατανάλωσης ανά νοικοκυριό τότε και μόνο τότε όταν:

$$1-\delta + (A\alpha n^{\zeta})k_{t+1}^{\alpha+\zeta-1} > \beta^{-1} \tag{5.2.20}$$

(β) Ό ρυθμός της οικονομικής μεγέθυνσης μπορεί να αυξάνεται διαρκώς, να παραμένει σταθερός, να μειώνεται διαρκώς, εφόσον *α+ζ >1, α+ζ =1, α+ζ <1, αντίστοιχα.* Δηλαδή, όταν έχουμε αύξουσες, σταθερές, ή φθίνουσες οριακές αποδόσεις στο φυσικό κεφάλαιο, αντίστοιχα.

Ασκηση 5.2: i) Δείξτε πως η λύση του προβλήματος του κοινωνικού σχεδιαστή που λύνει το πρόβλημα:

$$\max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$c_t + i_t \leq y_t$$

$$y_t \leq f(k_t, nk_t)$$

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t$$

$$k_{t+1}, c_t \geq 0$$

$$k_o \in (0, \infty) \quad \text{δεδομένο}$$

Όπου: $f(k_t, nk_t) = An^{\zeta} k_t^{\alpha+\zeta}$

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$$

συνεπάγεται ότι:

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = [\beta(1-\delta + \mathrm{A}n^{\zeta}(\alpha+\zeta)k_{t+1}^{-1+\alpha+\zeta})]^{\frac{1}{\gamma}} \tag{5.2.21}$$

ii) Συγκρίνετε αυτή την σχέση με την αντίστοιχη του σημείου ανταγωνιστικής ισορροπίας και εξηγείστε τι μέτρα αναπτυξιακής οικονομικής πολιτικής θα προτείνατε.

Παρατήρηση: Η διαφορά στη λύση του προβλήματος του κοινωνικού σχεδιαστή έναντι αυτής του ΣΑΙ, έγκειται στο ότι ο κοινωνικός σχεδιαστής δεν αγνοεί την παρουσία των εξωτερικοτήτων που ισχύουν για το σύνολο της οικονομίας και συνεπώς δεν αγνοεί τη διαχρονική διάσταση των κρίσιμων επιλογών των ιδιωτικών οικονομικών μονάδων, αλλά αντίθετα τις ενσωματώνει, εσωτερικοποιώντας τις διαχρονικές τους επιδράσεις. Έτσι για παράδειγμα, σ' αυτό το υπόδειγμα του Romer με τις εξωτερικότητες του συνολικού φυσικού κεφαλαίου της οικονομίας, το μέσο συνολικό κεφάλαιο της οικονομίας $\overline{K}_t$

λαμβάνει την πραγματική του διάσταση ως $mK_t = nk_t$. Κατ' αυτόν τον τρόπο, το $\overline{K}_t$ παύει να λειτουργεί ως μια εξωγενής μεταβλητή.

Ασκηση 5.3: i) Αν *α+ζ =1, βρείτε τους περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι του υποδείγματος στην (5.2.16), ώστε να ισχύει η τερματική συνθήκη (5.2.17). (ιι) Περιγράψτε την διαφορά ανάμεσα στο Νεοκλασικό Υπόδειγμα και το παρόν υπόδειγμα, όσον αφορά τον ρόλο των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τις προτιμήσεις και την τεχνολογία για τον ρυθμό οικονομικής μεγέθυνσης στην σταθερ*ή πορεία.

Το πρόβλημα στην Άσκηση 5.2 χαρακτηρίζει το Pareto Optimum. Το γεγονός ότι το Pareto Optimum δίνει μεγαλύτερο ρυθμό αύξησης της κατανάλωσης από την Ανταγωνιστική Ισορροπία, σημαίνει ότι το τα Θεμελιώδη Θεωρήματα των Οικονομικών της Ευημερίας δεν ισχύουν. Αυτό που είναι ζητούμενο στην Άσκηση 5.2 είναι να βρεθεί η κατάλληλη οικονομική (αναπτυξιακή) πολιτική, για να οδηγηθεί η οικονομία, μέσω του μηχανισμού της αγοράς σε Pareto Optimum. Μια τέτοια πολιτική μπορεί να είναι η επιδότηση a la Pigou του φυσικού κεφαλαίου. Η Άσκηση 5.2 είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα για την αιτιολόγηση της κρατικής παρέμβασης.

5.3 Το Υπόδειγμα του Lucas (1988): Συσσώρευση Ανθρωπίνου Κεφαλαίου με Εκπαίδευση

Το υπόδειγμα του Lucas (1988) διαφέρει από του Romer (1986) ως προς την πηγή της εξωτερικότητας που οδηγεί στην οικονομική μεγέθυνση. Η πηγή της εξωτερικής οικονομίας στον Lucas είναι το μέσο επίπεδο του ανθρώπινου κεφαλαίου στην παραγωγή. Ειδικότερα, η βασική ιδέα είναι ότι το ανθρώπινο κεφάλαιο συμβάλει στην παραγωγή κατά δύο τρόπους: Πρώτον, δια μέσου της εισροής της εργασίας της επιχείρησης (εσωτερική επίδραση) και δεύτερον αυτόνομα δια μέσου του ανθρώπινου κεφαλαίου σε όλες τις επιχειρήσεις (εξωτερική επίδραση). Ως εκ τούτου η συμβολή αυτή αγνοείται από την κάθε επιχείρηση ξεχωριστά.

5.3.α Τα Νοικοκυριά

Η οικονομία του υποδείγματος του Lucas αποτελείται από ένα δεδομένο αριθμό ομοίων νοικοκυριών. Η παραγωγή λαμβάνει χώρα σε ένα δεδομένο αριθμό ομοίων επιχειρήσεων που παράγουν ένα ομοιογενές προϊόν το οποίο μπορεί να καταναλώνεται και να επενδύεται. Οι παραγωγικοί συντελεστές -φυσικό κεφάλαιο και εργασία- ανήκουν στα νοικοκυριά όπως και οι επιχειρήσεις. Τα νοικοκυριά παρέχουν υπηρεσίες κεφαλαίου και εργασίας στις επιχειρήσεις και αγοράζουν απ' αυτές το προϊόν τους, σε πλήρως ανταγωνιστικές αγορές. Επιπλέον, ο αριθμός των μελών των νοικοκυριών που απαρτίζουν την οικονομία στην αρχή της περιόδου t, n_t, είναι δεδομένος και μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$n_{t+1}=(1+g_n)n_t\ , \qquad n_0=1, \qquad g_n\in\Re_+ \tag{5.3.1}$$

<u>Παρατήρηση:</u> Η κανονικοποίηση $n_o=1$ μας επιτρέπει να αναφερόμαστε στα συνολικά μεγέθη που είναι διαιρεμένα με το n_t είτε σαν "κατά κεφαλή" είτε σαν "ανά νοικοκυριό".

Οι προτιμήσεις του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού χαρακτηρίζονται από την διαχρονική συνάρτηση χρησιμότητας:

$$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t)n_t\ ,\ \beta\in(0,1) \tag{5.3.2}$$

όπου c_t είναι η κατανάλωση κατά κεφαλή στην περίοδο t και

$u\colon \Re_+\rightarrow\Re$ είναι μία προσωρινή συνάρτηση χρησιμότητας της μορφής:

$$u(c)=\frac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}\ ,\ \gamma\in\Re_+ \tag{5.3.3}$$

5.3.β <u>*Επιχειρήσεις-Τεχνολογία*</u>

Ο αριθμός των επιχειρήσεων είναι σταθερός, m. Η τεχνολογία της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης χαρακτηρίζεται από τη συνάρτηση παραγωγής:

$$Y_t\ =\ F(K_t\ ,L_t\ ,\overline{H}_t\ ) \tag{5.3.4}$$

όπου: Y_t είναι το προϊόν της περιόδου t,

K_t είναι το φυσικό κεφάλαιο στην αρχή της περιόδου t,

L_t είναι η εργασία μετρούμενη σε μονάδες αποτελεσματικότητας (efficiency units) στην περίοδο t ~ δηλ.

$$L_t = h_t n_t H_t / m \tag{5.3.5}$$

όπου h είναι ο χρόνος που διαθέτει το αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό για διαδικασίες της αγοράς (δηλαδή, εργασία και απόκτηση ανθρώπινου κεφαλαίου) την περίοδο t

H_t είναι το ανθρώπινο κεφάλαιο κατά κεφαλή (η ποιότητα της εργασίας) του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού στην αρχή της περιόδου t.

$\overline{H}_t$ είναι το μέσο ανθρώπινο κεφάλαιο στην αρχή της περιόδου t, δηλ.

$$\overline{H}_t = \frac{(n_t H_t)}{n_t} \tag{5.3.6}$$

Τέλος, η συνάρτηση παραγωγής $F : \Re_+ \times \Re_+ \times \Re_+ \rightarrow \Re_+$ είναι της μορφής:

$$F(K, L, \overline{H}) = A K^{\alpha} L^{1-\alpha} \overline{H}^{\zeta}, \alpha \in (0,1), \zeta \in \Re_+ \tag{5.3.7}$$

<u>Παρατήρηση:</u> Είναι προφανές ότι: $H_t = \overline{H}_t$, αλλά θα εξακολουθήσουμε να χρησιμοποιούμε το διαχωρισμό αυτό για να διακρίνουμε το εσωτερικό από το εξωτερικό αποτέλεσμα του ανθρωπίνου κεφαλαίου.

5.3.γ <u>Κανόνας Μετάβασης Φυσικού Κεφαλαίου</u>

Το φυσικό κεφάλαιο κατά κεφαλή ακολουθεί τον κανόνα μετάβασης σταθερού ποσοστού απόσβεσης:

$$(1 + g_n) k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t,\ \delta \in (0,1) \tag{5.3.8}$$

όπου k_t είναι το φυσικό κεφάλαιο κατά κεφαλή στην αρχή της περιόδου t και

i_t είναι η επένδυση κατά κεφαλή του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού σ ' αυτή την περίοδο.

5.3.δ *Κανόνας Μετάβασης Ανθρωπίνου Κεφαλαίου*

Το ανθρώπινο κεφάλαιο κατά κεφαλή συσσωρεύεται σύμφωνα με τη σχέση σταθερών αποδόσεων:

$$(1+g_n)H_{t+1} = H_t \Delta(1-h_t), \ \Delta \in \Re_+ \qquad (5.3.9)$$

Παρατήρηση: Η τελευταία σχέση υπονοεί ότι ο χρόνος που διατίθεται για δραστηριότητες της αγοράς και για συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου είναι 1.

Ασκηση 5.4: Δείξτε πως η εσωτερική συνέπεια του υποδείγματος απαιτεί να ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$c_t = F(k_t, h_t H_t, \overline{H}_t) + (1-\delta)k_t - (1+g_n)k_{t+1} \qquad (5.3.10)$$

$$h_t = 1-(1+g_n)H_{t+1}(\Delta H_t)^{-1} \qquad (5.3.11)$$

5.2.2. **Ανταγωνιστική Ισορροπία**

Έπεται όπως στο Νεοκλασσικό υπόδειγμα οικονομικής ανάπτυξης ότι το σημείο ανταγωνιστικής ισορροπίας της οικονομίας χαρακτηρίζεται από τη λύση του προβλήματος:

$$\max_{\{H_{t+1}, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) n_t$$

υπό τους περιορισμούς (5.3.10), (5.3.11)

$k_0, \overline{H}_0$ δεδομένα (5.3.12)

Ειδικότερα χωρίς απώλεια γενικότητας, μπορούμε να αγνοήσουμε τους φυσικούς περιορισμούς, $c_t, k_{t+1}, H_{t+1} \geq 0$ και $0 \leq h_t \leq 1$, καθώς από την αρχική συνθήκη (5.3.12) και τις συναρτησιακές μορφές των $u(\bullet)$ και $f(\bullet,\bullet)$ συνεπάγεται ότι οι περιορισμοί αυτοί δεν μπορούν να ισχύουν με ισότητα στην λύση του παραπάνω προβλήματος.

<u>Συνθήκες Euler:</u> Δεδομένης της ακολουθίας $\{\overline{H}_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$, αν $\{H^*_{t+1}, k^*_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ είναι λύση του προβλήματος της ανταγωνιστικής ισορροπίας τότε (H^*_{t+1}, k^*_{t+1}) είναι λύση του προβλήματος:

$$\max_{H_{t+1},k_{t+1}} \{u[F(k_t, H_t - \Delta^{-1} H_{t+1}(1+g_n), \overline{H}_t) + (1-\delta)k_t - (1+g_n)k_{t+1}] +$$
$$+ \beta(1+g_n)u[F(k_{t+1}, H_{t+1} - \Delta^{-1} H_{t+2}(1+g_n), \overline{H}_{t+1}) +$$
$$+ (1-\delta)k_{t+1} - (1+g_n)k_{t+2}]\}, \quad \forall t \in N_+$$

Ασκηση 5.5: Δείξτε ότι αναγκαίες συνθήκες για τη λύση του παραπάνω προβλήματος είναι οι εξής:

$$\frac{u_{c_t}}{\beta u_{c_{t+1}}} = \Delta \frac{F_L(k_{t+1}, h_{t+1}H_{t+1}, \overline{H}_{t+1})}{F_L(k_t, h_t H_t, \overline{H}_t)}, \quad \forall t \in N_+ \tag{5.3.13}$$

$$\frac{u_{c_t}}{\beta u_{c_{t+1}}} = [F_k(k_{t+1}, h_{t+1}H_{t+1}, \overline{H}_{t+1}) + 1 - \delta], \quad \forall t \in N_+ \tag{5.3.14}$$

<u>Παρατήρηση:</u> Η συνθήκη (5.3.14) συνεπάγεται ότι ο οριακός λόγος υποκατάστασης κατανάλωσης της επόμενης περιόδου με κατανάλωση της τρέχουσας περιόδου $MRS_{c_{t+1} \leftarrow c_t} = \frac{u_{c_t}}{\beta u_{c_{t+1}}}$ είναι ίσος με τον οριακό λόγο μετασχηματισμού των αντίστοιχων αγαθών $MRT_{c_{t+1} \leftarrow c_t} = [F_k(k_{t+1}, h_{t+1}H_{t+1}, \overline{H}_{t+1}) + (1-\delta)]$, μέσω του φυσικού κεφαλαίου. Εναλλακτικά, ο τελευταίος όρος είναι η παρούσα αξία μιάς μονάδας φυσικού κεφαλαίου που δημιουργείται στην τρέχουσα περίοδο και χρησιμοποιείται την επόμενη. Παρόμοια, η συνθήκη (5.3.13) συνεπάγεται ότι ο οριακός λόγος υποκατάστασης

κατανάλωσης της επόμενης περιόδου με κατανάλωση της τρέχουσας περιόδου είναι ίσος με τον οριακό λόγο μετασχηματισμού των αντίστοιχων αγαθών $MRT_{c_{t+1} \leftarrow c_t} = \Delta \frac{F_L(k_{t+1}, h_{t+1}H_{t+1}, \bar{H}_{t+1})}{F_L(k_t, h_t H_t, \bar{H}_t)}$, μέσω ανθρώπινου κεφαλαίου. Ο τελευταίος αντιστοιχεί στο λόγο της ποσότητας του προϊόντος που θυσιάζεται στην τρέχουσα περίοδο όταν μια μονάδα χρόνου δεν διατίθεται για εργασία αλλά διατίθεται για την απόκτηση ανθρώπινου κεφαλαίου, $F_L(k_t, h_t H_t, \bar{H}_t)$, και του προϊόντος που παράγεται από την αντίστοιχη αύξηση του ανθρώπινου κεφαλαίου την επόμενη περίοδο, $\Delta F_L(k_{t+1}, h_{t+1}H_{t+1}, \bar{H}_{t+1})$.

Οι τερματικές συνθήκες για την λύση του προβλήματος είναι:

$$\beta^T u_{c_T} k_{T+1} = \beta^T \frac{k_{T+1}}{c_T^{\gamma}} \to 0 \; as \; T \to \infty \tag{5.3.15}$$

$$\beta^T u_{c_T} H_{T+1} = \beta^T \frac{H_{T+1}}{c_T^{\gamma}} \to 0 \; as \; T \to \infty \tag{5.3.16}$$

Οι συνθήκες αυτές μαζί με τις συνθήκες Euler είναι αναγκαίες και ικανές για την λύση του προβλήματος.

Στην συνέχεια, ενδιαφερόμαστε, όπως και στο υποκεφάλαιο 5.2, να χαρακτηρίσουμε τον ρυθμό της οικονομικής μεγέθυνσης στη σταθερή πορεία και να βρούμε τους περιορισμούς που θέτουν στις παραμέτρους του υποδείγματος οι τερματικές συνθήκες. Από τις (5.3.13) και (5.3.14) έχουμε:

$$\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{\gamma} = \beta\Delta\left(\frac{k_{t+1}}{k_t}\right)^{\alpha}\left(\frac{h_{t+1}}{h_t}\right)^{-\alpha}\left(\frac{H_{t+1}}{H_t}\right)^{\zeta-\alpha} \tag{5.3.17}$$

$$= \beta[(1-\delta) + A\alpha k_{t+1}^{\alpha-1} h_{t+1}^{1-\alpha} H_{t+1}^{1-\alpha+\zeta}] \tag{5.3.18}$$

Αν ορίσουμε την σταθερή πορεία ως μία κατάσταση όπου το ποσοστό του χρόνου που διατίθεται για εργασία είναι σταθερό $h_t = h^*$ και ο λόγος προϊόντος-κεφαλαίου $\frac{y_t}{k_t} = \phi^*$

είναι επίσης σταθερός οι σχέσεις (5.3.17) και (5.3.18) συνεπάγονται ότι στη σταθερή πορεία:

$$1+g_c=\left[\beta\Delta(1+g_H)^{\frac{\zeta}{1-\alpha}}\right]^{\frac{1}{\gamma}} \tag{5.3.19}$$

όπου:

$$1+g_c=\frac{c_{t+1}}{c_t} \quad \kappa\alpha\iota$$

$$1+g_H=\frac{H_{t+1}}{H_t}=\frac{\Delta(1-h)}{(1+g_n)} \tag{5.3.20}$$

Ασκηση 5.6: *Βρείτε τους περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι του υποδείγματος στις (5.3.19) και (5.3.20), ώστε να ισχύουν οι τερματικές συνθήκες (5.3.17) και (5.3.18).*

Παρατηρούμε ότι ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης της οικονομίας, $1+g_c$, αυξάνεται (μειώνεται) με την υπομονετικότητα (β) (την αποστροφή στον κίνδυνο (γ))του νοικοκυριού και αυξάνεται με την ελαστικότητα εισροής κεφαλαίου, α. Επίσης ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης της οικονομίας αυξάνεται με την απόδοση του εκπαιδευτικού συστήματος (Δ), τον χρόνο που διατίθεται για απόκτηση ανθρώπινου κεφαλαίου ($1-h$) και την ένταση της εξωτερικότητας του ανθρώπινου κεφαλαίου στην παραγωγή (ζ).

Προφανώς η ανταγωνιστική ισορροπία δεν οδηγεί σε Pareto Optimum. Και εδώ, μπορεί να σχεδιασθεί μια κρατική παρέμβαση και με την κατάλληλη επιδότηση στην απόκτηση του ανθρώπινου κεφαλαίου, ώστε να οδηγηθούμε σε Pareto Optimum, μέσω της ανταγωνιστικής ισορροπίας. Όπως επίσης, θα μπορούσε να ορισθεί θεσμικά ο χρόνος που διατίθεται για επίσημη παιδεία, ώστε επίσης να οδηγηθούμε σε Pareto Optimum.

Ασκηση 5.7: : i) Δείξτε πως η λύση του προβλήματος του κοινωνικού σχεδιαστή που λύνει το πρόβλημα:

$$\max_{\{k_{t+1},\, H_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

υπό τους περιορισμούς:

$c_t + i_t \leq y_t$

$y_t \leq f(k_t, nk_t)$

$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t$

$k_{t+1}, c_t \geq 0$

$k_o \in (0, \infty)$ δεδομένο

Όπου: $f(k_t, nk_t) = An^{\zeta} k_t^{\alpha+\zeta}$

$u(c_t) = \dfrac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$

συνεπάγεται ότι:

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = [\,\beta(1-\delta + \mathrm{A} n^{\zeta}(\alpha+\zeta)k_{t+1}^{-1+\alpha+\zeta})\,]^{\frac{1}{\gamma}} \qquad (5.2.21)$$

ii) Συγκρίνετε αυτή την σχέση με την αντίστοιχη του σημείου ανταγωνιστικής ισορροπίας και εξηγείστε τι μέτρα αναπτυξιακής οικονομικής πολιτικής θα προτείνατε.

5.4 Μαθαίνοντας στην Πράξη

Στο υπόδειγμα του Lucas που εξετάσαμε προηγουμένως, η συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου επιτυγχάνεται με την απόσυρση διαθεσίμου χρόνου από την παραγωγή και τη διάθεσή του στην εκπαίδευση. Κατ' αυτό τον τρόπο, η συσσώρευση ανθρώπινου κεφαλαίου είναι μία παραγωγική διαδικασία που απαιτεί τη χρησιμοποίηση και δέσμευση πραγματικών πόρων της οικονομίας – διαθεσίμου χρόνου εν προκειμένω. Η εναλλακτική χρήση αυτών των πόρων στην παραγωγή άλλων αγαθών – του ενός και ομοιογενούς φυσικού προϊόντος εν προκειμένω – αποτελεί το πραγματικό κόστος ή κόστος ευκαιρίας της συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου. Τούτο σημαίνει ότι η συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου είναι διαδικασία ανταγωνιστική της τρέχουσας παραγωγής προϊόντων και, ενώ επιτρέπει την αύξηση της μελλοντικής κατανάλωσης μέσω του υψηλότερου μισθού που θα συνεπάγεται η κατοχή εξειδικευμένων γνώσεων, έχει ως αντάλλαγμα (trade off) την μείωση της τρέχουσας κατανάλωσης λόγω του λιγότερου χρόνου που διατίθεται για εργασία. Η δε διάσταση μεταξύ του ιδιωτικού και του κοινωνικού οφέλους της συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου, που πηγάζει από τις εξωτερικότητες της διαδικασίας αυτής, συνιστά την αιτία για την οποία η κατανομή του διαθεσίμου χρόνου μεταξύ εργασίας και εκπαίδευσης δεν είναι άριστη και, κατ' επέκταση, το σημείο της ανταγωνιστικής ισορροπίας (ΣΑΙ) δεν είναι Pareto Optimum.

Ωστόσο, είναι δυνατό η συσσώρευση γνώσεων και ανθρωπίνου κεφαλαίου να μην είναι διαδικασία ανταγωνιστική της παραγωγής προϊόντων, άλλα συμπληρωματική αυτής, καθώς πολλές γνώσεις και επιδεξιότητες αποκτώνται ενόσω κάποιος εργάζεται. Εμπειρία και εξειδίκευση αποκτάται μέσα από την απασχόληση στην παραγωγική διαδικασία κάποιου προϊόντος, και όχι απαραίτητα μέσα από την εκπαίδευση, έτσι ώστε η απόκτηση εισοδήματος από εργασία και η συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου αποκτώνται ταυτόχρονα κι όχι αλληλοαποκλειόμενα. Τοιουτοτρόπως, δεν υπάρχει πρόβλημα επιλογής ως προς την εναλλακτική χρήση του διαθέσιμου χρόνου μεταξύ εργασίας και συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου. Υπάρχει, όμως πρόβλημα επιλογής μεταξύ εναλλακτικών απασχολήσεων, καθώς διαφορετικά επαγγέλματα μπορεί να συνεπάγονται διαφορετικούς τρέχοντες μισθούς, διαφορετικούς ρυθμούς εκμάθησης και εξειδίκευσης και συνακόλουθα διαφορετικούς ρυθμούς αύξησης του μισθού. Η δε διάσταση μεταξύ του κοινωνικού και του ιδιωτικού οφέλους από την εξειδίκευση και απασχόληση σε κάθε παραγωγικό τομέα είναι η αίτια για την οποία η κατανομή του εργατικού δυναμικού μεταξύ των εναλλακτικών απασχολήσεων δεν είναι άριστη και, κατ' επέκταση, το σημείο της ανταγωνιστικής ισορροπίας (ΣΑΙ) δεν είναι Pareto Ortimum.

Με βάση το παραπάνω , και ακολουθώντας τον Paul Krugman, ο Robert E. Lucas, Jr., ανέπτυξε στο ίδιο άρθρο (1988) ένα δεύτερο υπόδειγμα, στο οποίο η συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου επέρχεται με μάθηση στην πράξη (learning-by-doing). Η συσσώρευση αυτή, καθώς και η χρήση του ανθρωπίνου κεφαλαίου στις παραγωγικές διαδικασίες, χαρακτηρίζεται από εξωτερικότητες (externalities), οι οποίες και είναι υπεύθυνες για την μη ταύτιση του ΣΑΙ με το Pareto Optimum. Για απλούστευση μάλιστα, άλλα χωρίς απώλεια της γενικότητας των συμπερασμάτων, γίνεται η υπόθεση ότι η συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου είναι απόλυτα εξωτερική, ήτοι δεν γίνεται διόλου αντιληπτή από τους ιδιώτες, και η συνεισφορά του ανθρωπίνου κεφαλαίου στην παραγωγή συνίσταται αποκλειστικά και μόνο σε εξωτερικές οικονομίες, ήτοι οι ιδιώτες αγνοούν την παραγωγική συνεισφορά του ανθρωπίνου κεφαλαίου και δεν το αμείβουν ως παραγωγική εισροή.

Στο υπόδειγμα αυτό, η οικονομία παράγει -πλέον- δυο τελικά προϊόντα προς κατανάλωση. Στην παραγωγή κάθε προϊόντος απασχολούνται m επιχειρήσεις, ενώ υπάρχουν n νοικοκυριά που ζουν επ' άπειρω. Πέρα από το ανθρώπινο κεφάλαιο, ο μόνος πραγματικός πόρος της οικονομίας θεωρείται ο διαθέσιμος προς εργασία χρόνος, ενώ υποτίθεται ότι δεν υπάρχει φυσικό κεφάλαιο.

5.4.α *Το Πρόβλημα του Αντιπροσωπευτικού Νοικοκυριού*

Το πρόβλημα αριστοποίησης των νοικοκυριών συνίσταται στην μεγιστοποίηση της διαχρονικής τους συνάρτησης χρησιμότητας υπό τον εισοδηματικό περιορισμό και τον περιορισμό του συνολικού εργάσιμου χρόνου της κάθε περιόδου. Ειδικότερα, το πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού είναι:

$$\max_{\{c_1(t),c_2(t);h_1(t),h_2(t)\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[c_1(t),c_2(t)] \qquad (5.4.1)$$

υπό τους περιορισμούς

$$p_1(t)c_1(t)+p_2(t)c_2(t) \le w_1(t)h_1(t)+w_2(t)h_2(t)+d(t) \qquad \forall t \ge 0, \quad (5.4.2)$$

$$h_1(t)+h_2(t) \equiv h(t)=1 \qquad \forall t \ge 0, \quad (5.4.3)$$

$$c_1(t) \ge 0,\ c_2(t) \ge 0,\ h_1(t) \ge 0,\ h_2(t) \ge 0 \qquad \forall t \ge 0, \quad (5.4.4)$$

και το μονοπάτι ή η ακολουθία των μεταβλητών επιλογής του νοικοκυριού είναι το:

$$\{c_1(t), c_2(t); h_1(t), h_2(t)\}_{t=0}^{\infty},$$

όπου $c_1(t)$, $c_2(t)$ είναι οι ποσότητες των αγαθών 1 και 2 που καταναλώνονται κατά την περίοδο *t*, αντίστοιχα,

$p_1(t)$, $p_2(t)$ είναι οι τιμές τους,

$h_1(t)$, $h_2(t)$ είναι ο εργάσιμος χρόνος προσφερόμενος στην παραγωγή του αγαθού 1 και 2, αντίστοιχα,

$w_1(t)$, $w_2(t)$ είναι οι αμοιβές της εργασίας στους δυο τομείς παραγωγής,

$\beta \in (0,1)$ είναι ο συντελεστής διαχρονικής προτίμησης, και

$u(c_1, c_2)$ είναι η προσωρινή συνάρτηση χρησιμότητας εξαρτώμενη θετικά από την κατανάλωση των δυο αγαθών

Ο περιορισμός (5.4.2) είναι ο εισοδηματικός περιορισμός του νοικοκυριού σε κάθε χρονική περίοδο, ο οποίος θα ικανοποιείται ως ισότητα, εφόσον η συνάρτηση *u(.)* είναι αυστηρά αύξουσα (ή τουλάχιστον εφόσον ισχύει η συνθήκη της τοπικής ακορεσιμότητας). Ο δε (5.4.3) αντανακλά τους θεσμικούς παράγοντες, οι οποίοι περιορίζουν την προσφορά εργασίας του κάθε νοικοκυριού σε μια μονάδα ανά χρονική περίοδο.

Όσον αφορά το δυναμικό αυτό πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού, πρέπει να επισημανθούν ορισμένα σημεία. Το πρόβλημα επιλογής του νοικοκυριού αφορά, αφ' ενός, την κατανομή του εισοδήματος μεταξύ κατανάλωσης του αγαθού 1 και κατανάλωσης του αγαθού 2 και, αφετέρου, την κατανομή του διαθέσιμου χρόνου μεταξύ εργασίας στον τομέα παραγωγής του αγαθού 1 και εργασίας στον τομέα του αγαθού 2. Και τα δυο αυτά προβλήματα επιλογής, λόγω των υποθέσεων που έχουμε κάνει για το χαρακτήρα απόλυτης εξωτερικότητας της συσσώρευσης και της παραγωγικής χρήσης του ανθρωπίνου κεφαλαίου, είναι στατικά στη φύση τους. Πρόβλημα διαχρονικής επιλογής, όπως μεταξύ κατανάλωσης και αποταμίευσης ή μεταξύ εργασίας και εκπαίδευσης, δεν υπάρχει. Η υπόθεση ότι ο μηχανισμός συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου είναι εξωτερικός, είναι κρίσιμη υπόθεση εν προκειμένω. Εάν ο μηχανισμός αυτός ήταν γνωστός στα νοικοκυριά και γινόταν πώς συνδέεται η διαχρονική εξέλιξη της παραγωγικότητας της εργασίας και του μισθού με τη συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου, το πρόβλημα του νοικοκυριού θα είχε δυναμικό χαρακτήρα και οι αριστοποιητικές αποφάσεις θα ήταν διαφορετικές.

Εξάλλου, καθώς η συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου είναι απόλυτα εξωτερική, τα νοικοκυριά αντιμετωπίζουν τις δυο εναλλακτικές απασχολήσεις ως τέλεια υποκατάστατα και, κατά συνέπεια, στη ανταγωνιστική οικονομία που εξετάζουμε ο μισθός είναι κοινός και για τους δυο τύπους εργασίας. Έτσι, μπορούμε και να κανονικοποιήσουμε ως προς τον κοινό εργατικό μισθό $w(t) \equiv w_1(t) = w_2(t)$, έστω με $w(t) = 1$. Καθώς, μάλιστα, τα νοικοκυριά είναι αδιάφορα μεταξύ των δυο τύπων εργασίας όταν αντιμετωπίζουν ένα κοινό μισθό, η κατανομή της τέλειας ανελαστικής συνολικής προσφοράς εργασίας μεταξύ των δυο τομέων παραγωγής της οικονομίας θα καθορίζεται από τη ζήτηση εργασίας των επιχειρήσεων.

Με βάση τις ανωτέρω επισημάνσεις, η επίλυση του δυναμικού προβλήματος του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού, των (5.4.1)-(5.4.4), ισοδυναμεί με την επίλυση σε κάθε χρονική περίοδο του ακόλουθου στατικού προβλήματος:

$$\max_{\{c_1(t),c_2(t)\}} u[c_1(t),c_2(t)]$$

υπό τον περιορισμό

$$p_1(t)c_1(t) + p_2(t)c_2(t) = w(t) + d(t)$$

όπου και κανονικοποιούμε με $w(t) = 1$

Δεδομένης της κοιλότητας και της οιονεί κοιλότητας της $u(.)$, η αναγκαία και ικανή συνθήκη για εσωτερική λύση στο τελευταίο στατικό πρόβλημα απαιτεί την εξίσωση του οριακού λόγου υποκατάστασης στην κατανάλωση (MRS) με το λόγο τιμών των δυο αγαθών, σε κάθε χρονική περίοδο. Ακριβώς την ίδια σχέση δίνει, βέβαια, και η συνθήκη Euler για το ισοδύναμο δυναμικό πρόβλημα των (5.4.1)-(5.4.4).

Έστω ότι η προσωρινή συνάρτηση χρησιμότητας παίρνει ειδικότερα την μορφή σταθερής ελαστικότητας υποκατάστασης (*CES, constant elasticity of substitution*), που είναι γραμμικά ομογενής και οιονεί κοίλη στο (c_1, c_2). Είναι δηλαδή:

$$u(c_1,c_2) = \left(\alpha_1 c_1^{-\rho} + \alpha_2 c_2^{-\rho}\right)^{-1/\rho} \tag{5.4.5}$$

$\alpha_1 > 0, \quad \alpha_2 > 0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1,$

$$\rho \geq -1, \quad \sigma = \frac{1}{1+\rho} \geq 0$$

όπου σ είναι η σταθερή ελαστικότητα υποκατάστασης του c_2 με c_1. Σε αυτή την περίπτωση, η αναγκαία και ικανή συνθήκη για εσωτερική λύση στο πρόβλημα (5.4.1)-(5.4.4) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\frac{u_1[c_1(t),c_2(t)]}{u_2[c_1(t),c_2(t)]} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\left[\frac{c_2(t)}{c_1(t)}\right]^{1+\rho} = \frac{p_1(t)}{p_2(t)} \qquad \forall t \geq 0 \qquad (5.4.6)$$

5.4.β *<u>Το Πρόβλημα της Αντιπροσωπευτικής Επιχείρησης</u>*.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, υπάρχουν δυο τομείς παραγωγής τελικών προϊόντων, ένας για κάθε αγαθό. Σε κάθε δε τομέα υπάρχουν m ιδιωτικές επιχειρήσεις που παράγουν το αντίστοιχο προϊόν. Επίσης, τόσο οι αγορές των τελικών προϊόντων, όσο και η αγορά των παραγωγικών συντελεστών, είναι τέλεια ανταγωνιστικές, ήτοι οι επιχειρήσεις, όπως και τα νοικοκυριά, είναι λήπτες τιμών.

Η τεχνολογία παραγωγής είναι Ρικαρντιανή, υπό την έννοια ότι δεν υπάρχει φυσικό (υλικό) κεφάλαιο και το παραγόμενο προϊόν είναι γραμμική συνάρτηση της απασχολούμενης εργασίας. Ειδικότερα, η τεχνολογία παραγωγής είναι:

$$Y_i(t) \leq J_i L_i(t)\overline{H}_i(t), \qquad i = 1,2, \quad t \geq 0 \qquad (5.4.7)$$

όπου $Y_i(t)$ και $L_i(t)$ είναι το παραγόμενο προϊόν και η απασχολούμενη εργασία ανά επιχείρηση στον τομέα παραγωγής του αγαθού i $(i = 1,2)$,

J_i είναι ένας σταθερός τεχνολογικός συντελεστής,

και $\overline{H}_i(t)$ είναι το μέσο ή ανά νοικοκυριό ανθρώπινο κεφάλαιο, εξειδικευμένο και διαθέσιμο στην παραγωγή του αγαθού *i*.

Το μέσο ανθρώπινο κεφάλαιο υπεισέρχεται γραμμικά στη συνάρτηση παραγωγής και αυξάνει την παραγωγικότητα της εργασίας, στην οποία και μπορεί να θεωρηθεί ενσωματωμένο. Αυτή όμως η παραγωγική συνεισφορά του ανθρωπίνου κεφαλαίου είναι στη φύση της απόλυτα εξωτερική, καθώς οι ιδιώτες δεν την αντιλαμβάνονται ή και αν την αντιλαμβάνονται δεν θεωρούν ότι μπορούν να την επηρεάσουν. Άλλωστε, αν γινόταν αντιληπτή αυτή η συνεισφορά του, τότε θα γινόταν αντιληπτό ότι η τεχνολογία παραγωγής παρουσιάζει αύξουσες αποδόσεις κλίμακας και καθώς οι εξωτερικές οικονομίες του ανθρωπίνου κεφαλαίου θα εσωτερικοποιούνταν, δεν θα ήταν πλέον συμβατή η υπόθεση των αυξουσών αποδόσεων κλίμακας με την υπόθεση του τέλειου ανταγωνισμού. Το πρόβλημα μεγιστοποίησης των κερδών $\pi_i(t)$ της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης στον τομέα παραγωγής του προϊόντος i $(i = 1,2)$, καθώς τούτη προσλαμβάνει και απασχολεί μόνο εργασία, είναι, για κάθε περίοδο t:

$$\max_{[L_i(t), Y_i(t)]} \pi_i(t)$$

όπου $\pi_i(t) = p_i(t) \cdot Y_i(t) - w(t) \cdot L_i(t)$, i=1,2 (5.4.8)

υπό τους περιορισμούς:

$$Y_i(t) \leq J_i L_i(t) \overline{H}_i(t) \quad (5.4.9)$$

$$Y_i(t) \geq 0, \; L_i(t) \geq 0 \quad (5.4.10)$$

Κανονικοποιούμε ως προς την αμοιβή της εργασίας με $w(t) = 1$, και επιπλέον ο περιορισμός της τεχνολογίας θα ικανοποιείται ως ισότητα, εφόσον η τιμή του αγαθού δεν είναι μηδενική.

Η αναγκαία και ικανή συνθήκη για εσωτερική λύση στο παραπάνω πρόβλημα των (5.4.8)-(5.4.10) απαιτεί την εξίσωση της χρηματικής αξίας του οριακού προϊόντος της εργασίας με το χρηματικό μισθό, ή ισοδύναμα την εξίσωση της οριακής παραγωγικότητας της εργασίας με τον πραγματικό μισθό. Ειδικότερα, και εφόσον έχουμε κανονικοποιήσει με $w(t) = 1$, είναι:

$$\frac{d}{dL_i(t)}[p_i(t) J_i L_i(t) \overline{H}_i(t) - L_i(t)] = 0 \Leftrightarrow$$

$$p_i(t) J_i \overline{H}_i(t) = 1 \Leftrightarrow$$

$$J_i \overline{H}_i(t) = \frac{1}{p_i(t)}, \qquad \forall t \geq 0, \qquad i = 1,2 \quad (5.4.11)$$

Η (5.4.11), εξάλλου, εξασφαλίζει ότι στο ΣΑΙ τα κέρδη των επιχειρήσεων, και κατ'επέκταση τα μερίσματα που λαμβάνουν τα νοικοκυριά, θα είναι μηδενικά. Ειδικότερα, εισάγοντας τη συνθήκη (5.4.11) και τον περιορισμό (5.4.9) ως ισότητα στην (5.4.8), παίρνουμε:

$$\pi_i(t) = [p_i(t)\frac{1}{p_i(t)}L_i(t) - L_i(t)] = 0, \quad \forall t \geq 0, \quad i = 1,2 \qquad (5.4.12)$$

οπότε και έπεται:

$$d(t) = \frac{m}{n}\pi_1(t) + \frac{m}{n}\pi_2(t) = 0, \qquad \forall t \geq 0, \qquad (5.4.13)$$

Η δε σχέση (5.4.13) συνεπάγεται ότι στο ΣΑΙ όλο το εισόδημα του νοικοκυριού προέρχεται από την εργασία που προσφέρει.

Εξάλλου, από την (5.4.11) για $i = 1,2$, έπεται ότι:

$$\frac{J_2\overline{H}_2(t)}{J_1\overline{H}_1(t)} = \frac{p_1(t)}{p_2(t)}, \qquad \forall t \geq 0, \qquad (5.4.14)$$

Η σχέση (5.4.14), είναι η συνήθης αριστοποιητική συνθήκη στην παραγωγή, που απαιτεί ο - στατικός - οριακός λόγος μετασχηματισμού (MRT) μεταξύ των δυο αγαθών, ο οποίος είναι εν προκειμένω σταθερός λόγω της Ρικαρντιανής τεχνολογίας, να ισούται με το λόγο των τιμών τους.

5.4.γ *Ο Μηχανισμός Συσσώρευσης Ανθρωπίνου Κεφαλαίου*

Όπως τονίστηκε εξ αρχής, στο προκείμενο υπόδειγμα, η απόκτηση εξειδικευμένων γνώσεων και επιδεξιοτήτων και η συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου δεν επιτυγχάνεται μέσω της εκπαίδευσης, αλλά ενόσω κανείς δουλεύει. Υπάρχουν δε δυο είδη ανθρωπίνου κεφαλαίου, το καθένα εξειδικευμένο στην παραγωγή ενός εκ των δυο αγαθών. Είναι εύλογο, λοιπόν, να υποθέσουμε ότι ο ρυθμός αύξησης του ανθρωπίνου κεφαλαίου που είναι εξειδικευμένο στην παραγωγή ενός αγαθού, συναρτάται με το χρόνο εργασίας που διατίθεται στην παραγωγή αυτού του αγαθού.

Έτσι, ο νόμος κίνησης ή μηχανισμός συσσώρευσης του εξειδικευμένου στο αγαθό *i* ανθρωπίνου κεφαλαίου, ανά νοικοκυριό, δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\overline{H}_i(t+1)-\overline{H}_i(t)=\delta_i\overline{H}_i(t)h_i(t),\ \forall t\geq 0,\ i=1,2 \qquad (5.4.15)$$

με

$$\overline{H}_i(0)\in\Re_{++},\qquad \text{δεδομένο},\qquad i=1,2 \qquad (5.4.16)$$

όπου η παράμετρος $\delta_i > 0$, είναι ένας τεχνολογικός συντελεστής που αντανακλά την ταχύτητα εκμάθησης και απόκτησης επιδεξιοτήτων, την ταχύτητα συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου, στον τομέα παραγωγής του αγαθού *i*. Παρατηρούμε ότι ο νόμος κίνησης (5.4.15) συσχετίζει την μεταβολή του ανθρωπίνου κεφαλαίου γραμμικά με το ήδη υπάρχον απόθεμα ανθρωπίνου κεφαλαίου, καθώς και γραμμικά με το χρόνο εργασίας. Η υπόθεση ότι ο χρόνος εργασίας υπεισέρχεται γραμμικά, χρησιμοποιείται απλώς για λόγους απλούστευσης του μαθηματικού μέρους του υποδείγματος, χωρίς απώλεια της γενικότητας των συμπερασμάτων. Χαλάρωση αυτής της υπόθεσης μάλλον δεν θα άλλαζε δραματικά τα ποιοτικά συμπεράσματα της ανάλυσης.

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι η παραγωγή νέου ανθρωπίνου κεφαλαίου χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις κλίμακος ως προς το υπάρχον απόθεμα κεφαλαίου, και η υπόθεση αυτή είναι κρίσιμη για το υπόδειγμα καθώς είναι ακριβώς αυτή η υπόθεση που επιτρέπει να υπάρχει σταθερή οικονομική μεγέθυνση στη στάσιμη ισορροπία (σταθερή κατάσταση). Διότι, εάν η παραγωγή νέου ανθρωπίνου κεφαλαίου χαρακτηριζόταν από φθίνουσες αποδόσεις ως προς το απόθεμα ανθρωπίνου κεφαλαίου, η συσσώρευσή του θα μηδενιζόταν μακροχρόνια καθώς με τη συνεχή αύξηση του αποθέματος η παραγωγή νέου ανθρωπίνου κεφαλαίου θα έτεινε σταδιακά στο μηδέν, με αποτέλεσμα η παραγωγικότητα της εργασίας να είναι σταθερή στη στάσιμη ισορροπία και να μην υπάρχει μακροχρόνια οικονομική μεγέθυνση. Με την υπόθεση όμως των σταθερών αποδόσεων, εξασφαλίζεται ότι το ανθρώπινο κεφάλαιο θα αυξάνεται και μακροχρόνια, με άμεση συνέπεια τη συνεχή αύξηση της παραγωγικότητας της εργασίας και στη στάσιμη ισορροπία, οπότε και υπάρχει διηνεκής οικονομική μεγέθυνση. Εξάλλου, η υπόθεση των σταθερών αποδόσεων φαίνεται να είναι και αρκετά ρεαλιστική για το σύνολο της οικονομίας, καθώς η συσσώρευση νέου ανθρωπίνου κεφαλαίου μπορεί σε προσωπικό επίπεδο να παρουσιάζει από ένα σημείο και πέρα φθίνουσες αποδόσεις, αλλά εάν λάβουμε υπόψη της εξωτερικές επιδράσεις, οι αποδόσεις κλίμακας καθίστανται μάλλον σταθερές σε επίπεδο συνόλου της οικονομίας.

Τέλος, επισημαίνουμε και πάλι ότι ο μηχανισμός συσσώρευσης του ανθρωπίνου κεφαλαίου είναι απόλυτα εξωτερικός. Οι ιδιώτες, ήτοι τα νοικοκυριά και οι επιχειρήσεις, αγνοούν τη σχέση (5.4.15) και δεν την λαμβάνουν υπόψη τους κατά τη λήψη των άριστων αποφάσεών τους. Εάν ο μηχανισμός αυτός γινόταν αντιληπτός, οι άριστες αποφάσεις των ιδιωτών θα ήταν διαφορετικές.

Το Σημείο Ανταγωνιστικής Ισορροπίας

Το σημείο ανταγωνιστικής ισορροπίας της οικονομίας χαρακτηρίζεται μοναδικά από μια ακολουθία ζητουμένων και προσφερομένων ποσοτήτων αγαθών και εργασίας, τιμών αγαθών, διανεμόμενων μερισμάτων, και αποθεμάτων ανθρωπίνου κεφαλαίου. Η ακολουθία είναι, της μορφής

$$\left\{\left[c_i,(t),h_i,(t)\right]_{i=1.2};\left[Y_i(t),L_i(t)\right]_{i=1,2};\left[p_i(t)\right]_{i=1,2};d(t);\left[\overline{H}_t(t)\right]_{i=1,2}\right\}_{t=0}^{\infty}$$

και είναι τέτοια ώστε:

- Δεδομένης της υπο-ακολουθίας $\left\{\left[p_1(t),p_2(t)\right];d(t)\right\}_{t=0}^{\infty}$, η υπο-ακολουθία $\left\{\left[c_1(t),c_2(t)\right];\left[h_1(t),h_2(t)\right]\right\}_{t=0}^{\infty}$, λύνει το πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού, ήτοι ικανοποιεί τους περιορισμούς (5.4.2)-(5.4.4) και υπό την εξειδίκευση της (5.4.5) – την αριστοποιητική συνθήκη (5.4.6).
- Δεδομένης της $\left\{p_i(t),\overline{H}_i(t)\right\}_{t=0}^{\infty}$, η υπο-ακολουθία $\left\{Y_i(t),L_i(t)\right\}_{t=0}^{\infty}$ λύνει για κάθε περίοδο $t \geq 0$ το πρόβλημα της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης στον τομέα του αγαθού i, με i=1,2, ήτοι ικανοποιεί τους περιορισμούς (5.4.9)-5.4.10) και την αριστοποιητική συνθήκη (5.4.11).
- Δεδομένης της $\left\{\left[c_i(t),h_i(t)\right]_{i=1,2};\left[Y_i(t),L_i(t)\right]_{i=1,2};\left[\overline{H}_i(t)\right]_{i=1,2}\right\}_{t=0}^{\infty}$, οι τιμές ανταγωνιστικής ισορροπίας $\left\{\left[p_1(t),p_2(t)\right]\right\}_{t=0}^{\infty}$, εκκαθαρίζουν τις αγορές προϊόντων και εργασίας, ήτοι :

$$nc_i(t) = mY_i(t), \qquad \forall t \geq 0, \qquad i = 1,2 \tag{5.4.17}$$

$$nh_i(t) = mL_i(t), \qquad \forall t \geq 0, \qquad i = 1,2 \tag{5.4.18}$$

- Τα κέρδη των επιχειρήσεων και, κατά συνέπεια, τα μερίσματα που λαμβάνουν τα νοικοκυριά, είναι μηδενικά, ήτοι ικανοποιούνται οι (5.4.12) και (5.4.13).
- Η υπο-ακολουθία $\left\{\overline{H}_1(t), \overline{H}_2(t)\right\}_{t=0}^{\infty}$ πληρεί το νόμο κίνησης του ανθρωπίνου

κεφαλαίου (5.4.15) και την αντίστοιχη αρχική συνθήκη (5.4.16).

Σημειώνεται, τέλος, ότι οι συνθήκες (5.4.6) και (5.4.14) συνεπάγονται ότι στο ΣΑΙ ο οριακός λόγος υποκατάστασης (MRS) στην κατανάλωση ισούται με το οριακό λόγο μετασχηματισμού (MRT) στην παραγωγή, και οι δύο ισούνται με το λόγο τιμών. Είναι, λοιπόν :

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\left[\frac{c_2(t)}{c_1(t)}\right]^{1+\rho} = \frac{J_2\overline{H}_2(t)}{J_1\overline{H}_1(t)} = \frac{p_1(t)}{p_2(t)}, \qquad \forall t \geq 0, \tag{5.4.19}$$

ενώ από τις συνθήκες εκκαθάρισης των αγορών (5.4.17) και (5.4.18) καθώς και την τεχνολογία παραγωγής (5.3.7) παίρνουμε :

$$\begin{aligned} c_i(t) &= \frac{m}{n}Y_i(t) \\ &= \frac{m}{n}J_i\left[\frac{n}{m}h_i(t)\right]\overline{H}_i(t) \Leftrightarrow \\ c_i(t) &= J_i h_i(t)\overline{H}_i(t) \qquad \forall t \geq 0,\ i = 1,2 \end{aligned} \tag{5.4.20}$$

Η συνθήκη (5.4.19) μπορεί να δίνει την εντύπωση ότι το ΣΑΙ είναι άριστο κατά Pareto. Από αποκλειστικά στατική άποψη, εάν δηλαδή εξετάζαμε την οικονομία σε μόνο μια χρονική περίοδο, η (5.4.19) θα ήταν όντως συνθήκη αποτελεσματικότητας κατά Pareto. Από δυναμική και διαχρονική άποψη ωστόσο, η (5.4.19) δεν συμπίπτει με τη συνθήκη του Pareto Optimum, καθώς ο οριακός λόγος υποκατάστασης δεν αντικατοπτρίζει τα κοινωνικά οφέλη από τη χρήση της εργασίας σε κάθε τομέα παραγωγής, ακριβώς γιατί ο μηχανισμός συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου δεν γίνεται αντιληπτός και έτσι δεν εσωτερικεύονται τα δυναμικά αποτελέσματα της κατανομής του διαθεσίμου χρόνου. Για το Pareto Optimum, πάντως, θα αναφερθούμε και παρακάτω.

Δυναμική Ανάλυση στο Σημείο Ανταγωνιστικής Ισορροπίας

Αντικαθιστώντας την (5.4.20) στην (5.4.19), έπεται ότι ο ΣΑΙ χαρακτηρίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\left[\frac{c_2(t)}{c_1(t)}\right]^{1+\rho} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\left[\frac{J_2 h_2(t)\overline{H}_2(t)}{J_1 h_1(t)\overline{H}_1(t)}\right]^{1+\rho} = \frac{J_2\overline{H}_2(t)}{J_1\overline{H}_1(t)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\left[\frac{J_2}{J_1}\right]^{\rho}\left[\frac{h_2(t)}{h_1(t)}\right]^{1+\rho} = \left[\frac{\overline{H}_2(t)}{\overline{H}_1(t)}\right]^{-\rho} \qquad \forall t \geq 0, \qquad (5.4.21)$$

Εστω ότι ορίζουμε την μεταβλητή *x* ως το λόγο των δύο εξειδικευμένων τύπων ανθρωπίνου κεφαλαίου, καθώς και μια παράμετρο Β, ως ακολούθως:

$$x(t) \equiv \frac{\overline{H}_2(t)}{\overline{H}_t(t)}, \qquad \forall t \geq 0, \qquad B \equiv \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^{\sigma-1}\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\sigma}, \qquad (5.4.22)$$

όπου, $\sigma = \dfrac{1}{1+\rho}$ είναι η ελαστικότητα υποκατάστασης στην κατανάλωση. Από τη δυναμική πορεία του λόγου *x(t)* χαρακτηρίζεται μοναδικά και η δυναμική τροχιά της οικονομίας του υποδείγματος, οπότε αυτό που απαιτείται να κάνουμε είναι να εξετάσουμε το μονοπάτι που ακολουθεί σύμφωνα με το ΣΑΙ ο λόγος *x(t).* Δεδομένων των ορισμών της (5.4.2) και του περιορισμού της (5.4.3), η συνθήκη (5.4.21) γράφεται ως εξής:

$$\frac{1-h_1(t)}{h_1(t)} = \frac{h_2(t)}{h_1(t)} = B\left[\frac{\overline{H}_2(t)}{\overline{H}_1(t)}\right]^{\frac{-\rho}{1+\rho}} = Bx(t)^{\sigma-1}, \qquad \forall t \geq 0 \qquad (5.4.23)$$

Από την (5.4.23), επιλύοντας ως προς $h_1(t)$ και $h_2(t)$, παίρνουμε:

$$h_1(t) = \frac{1}{1+Bx(t)^{\sigma-1}}, \qquad \forall t \geq 0, \qquad (5.4.24.\alpha)$$

$$h_2(t) = \frac{Bx(t)^{\sigma-1}}{1+Bx(t)^{\sigma-1}} = \frac{1}{B^{-1}x(t)^{1-\sigma}+1}, \qquad \forall t \geq 0, \qquad (5.4.24.\beta)$$

όπου οι (5.4.24.α) και (5.4.24.β) μας δίνουν την κατανομή στο ΣΑΙ του διαθέσιμου προς εργασία χρόνου μεταξύ των δύο τομέων παραγωγής των αγαθών, ως συνάρτηση του λόγου *x(t).* Ο δε μηχανισμός συσσώρευσης των δύο τύπων ανθρωπίνου κεφαλαίου, όπως διατυπώνεται στις (5.4.15) και (5.4.16), δεδομένης της (5.4.22), συνεπάγεται ότι ο λόγος $x(t) \equiv \overline{H}_2(t)/\overline{H}_1(t)$ ακολουθεί τον παρακάτω νόμο κίνησης :

$$x(t+1) = \frac{\overline{H}_2(t+1)}{\overline{H}_1(t+1)} = \frac{[1+\delta_2 h_2(t)]\overline{H}_2(t)}{[1+\delta_1 h_1(t)]\overline{H}_1(t)}$$

$$= \left[\frac{1+\delta_2 h_2(t)}{1+\delta_1 h_1(t)}\right] x(t), \qquad \forall t \geq 0, \qquad (5.4.25)$$

με $\quad x(0) \equiv \overline{H}_2(0) \big/ \overline{H}_1(0) \in \Re_{++}$, δεδομένο (5.4.26)

όπου η (5.3.26) είναι η αρχική συνθήκη για το λόγο *x(t).*

Αντικαθιστώντας στην συνέχεια τις (5.4.24.α) και (5.4.24.β) στην (5.4.25), έχουμε τελικά για το νόμο κίνησης του λόγου *x(t)*:

$$x(t+1) = \left[\frac{1+\delta_2\left(\dfrac{Bx(t)^{\sigma-1}}{1+Bx(t)^{\sigma-1}}\right)}{1+\delta_1\left(\dfrac{1}{1+Bx(t)^{\sigma-1}}\right)}\right] x(t) \Leftrightarrow$$

$$x(t+1) = \left[\frac{1+Bx(t)^{\sigma-1}+\delta_2 Bx(t)^{\sigma-1}}{1+Bx(t)^{\sigma-1}+\delta_1}\right] x(t) \Leftrightarrow$$

$$x(t+1) - x(t) = \left[\frac{\delta_2 Bx(t)^{\sigma-1}-\delta_1}{1+Bx(t)^{\sigma-1}+\delta_1}\right] x(t), \qquad \forall t \geq 0, \qquad (5.4.27)$$

Η (5.4.27) είναι μια εξίσωση διαφορών πρώτης τάξης στο x(t), η οποία μαζί με την αρχική συνθήκη (5.4.26) δίνει την δυναμική πορεία στο χρόνο του λόγου $x(t) \equiv \overline{H}_2(t) \big/ \overline{H}_1(t)$, από τον οποίο και χαρακτηρίζεται η διαχρονική πορεία της οικονομίας του εξεταζόμενου υποδείγματος. Οι ιδιότητες της παραπάνω εξίσωσης διερευνώνται στη συνέχεια.

<u>Οι Στάσιμες Ισορροπίες</u>

Από την εξίσωση διαφορών (5.4.27) μπορούμε εύκολα να εξάγουμε τις καταστάσεις στάσιμης ισορροπίας (steady states ή σταθερές καταστάσεις) της οικονομίας, σύμφωνα με το ΣΑΙ. Πρώτα εξετάζουμε την περίπτωση όπου η υποκατάσταση των δύο αγαθών στην κατανάλωση είναι ελαστική, ήτοι για σ>1. Αυτή η περίπτωση είναι η πλέον σχετική στα πλαίσια του υποδείγματος, καθώς τα δύο προϊόντα πρέπει να γίνονται αντιληπτά μάλλον ως ανταγωνιστικά αγαθά. Ειδικότερα για σ>1 η εξίσωση (5.4.27) παρουσιάζει τρία σταθερά σημεία (fixed points) στο χώρο $\Re_+ \cup \{+\infty\}$ για το λόγο $x(t) \equiv \overline{H}_2(t) \big/ \overline{H}_1(t)$, επομένως υπάρχουν τρείς στάσιμες ισορροπίες.

Το ένα "εσωτερικό" στάσιμο σημείο ή steady state, έστω $x^* \in \Re_{++}$,δίνεται από την (5.4.27), θέτοντας $x(t+1) = x(t) = x^*$. Τότε, εφόσον $\sigma \neq 1$, είναι :

$$0 = x^* - x^* = \left[\frac{\delta_2 B x^{*\sigma-1} - \delta_1}{1 + B x^{*\sigma-1} + \delta_1}\right] x^* \Leftrightarrow$$

$$\delta_2 B x^{*\sigma-1} - \delta_1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^* = \left[\frac{\delta_1}{\delta_2} B^{-1}\right]^{1/(\sigma-1)} \in \Re_{++}$$

Από τον ορισμό δε της παραμέτρου B στην (5.4.22), έπεται:

$$x^* = \frac{J_1}{J_2}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{\sigma/(\sigma-1)} \left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)^{1/(\sigma-1)}, \quad \sigma \neq 1 \qquad (5.4.28)$$

Η (5.4.28) εκφράζει ακριβώς το εσωτερικό στάσιμο σημείο x^* της οικονομίας ως συνάρτηση των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τις προτιμήσεις (λόγος $\alpha_1 \big/ \alpha_2$), την τεχνολογία παραγωγής (λόγος J_1/J_2) και την ταχύτητα συσσώρευσης ανθρώπινου κεφαλαίου (λόγος δ_1/δ_2) .

Το "εσωτερικό" στάσιμο σημείο της οικονομίας, που αντιστοιχεί στο ανωτέρω στάσιμο λόγο ισορροπίας x^*, χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι η οικονομία απασχολεί τους πραγματικούς πόρους της τόσο στην παραγωγή του αγαθού1, όσο και στην παραγωγή του αγαθού 2, και δεν υπάρχει απόλυτη εξειδίκευση. Κατ' επέκταση, νέο ανθρώπινο κεφάλαιο συσσωρεύεται τόσο για τον τύπο εξειδίκευσης αγαθού 1, όσο και για τον τύπο εξειδίκευσης αγαθού 2, με τέτοιους ρυθμούς όμως, ώστε ο λόγος των δυο τύπων ανθρωπίνου κεφαλαίου να παραμείνει σταθερός στο x^*. Η δε ακριβής κατανομή του χρόνου εργασίας σε αυτή τη στάσιμη ισορροπία μπορεί να δοθεί από τις (5.4.24α) και (5.4.24β) αντικαθιστώντας για x^*. Πέρα από το ανωτέρω εσωτερικό στάσιμο σημείο ή steady state, η εξίσωση (5.4.27), για σ>1, έχει άλλα δύο "ακραία" ή "συνοριακά" στάσιμα σημεία, στα οποία αντιστοιχούν και δύο ακραίες σταθερές καταστάσεις της οικονομίας. Από αυτά τα ακραία στάσιμα σημεία, το ένα είναι το μηδέν και το άλλο είναι το άπειρο:

$$\underline{x}^* = 0, \qquad \overline{x}^* = +\infty, \qquad \sigma > 1 \tag{5.4.30}$$

Στο μεν πρώτο στάσιμο σημείο του λόγου $x(t) \equiv \overline{H}_2(t)/\overline{H}_1(t)$ η στάσιμη ισορροπία της οικονομίας χαρακτηρίζεται από συσσώρευση άπειρου ανθρωπίνου κεφαλαίου του τύπου εκείνου που είναι εξειδικευμένο στην παραγωγή του αγαθού 1, ήτοι $\lim_{t\to\infty} \overline{H}_1 = +\infty$. Στο δε δεύτερο ακραίο στάσιμο σημείο είναι άπειρη η συσσώρευση του ανθρωπίνου κεφαλαίου εξειδίκευσης του αγαθού 2, ήτοι $\lim_{t\to\infty} \overline{H}_2 = +\infty$. Όπως γίνεται φανερό από τις σχέσεις (5.4.24.α), (5.4.24.β) για σ>1, στο $\underline{x}^* = 0$ όλος ο εργάσιμος χρόνος αφιερώνεται στην παραγωγή του αγαθού 1 (h_1 =1, h_2 =0), ενώ στο $\overline{x}^* = +\infty$ όλος ο εργάσιμος χρόνος απορροφάται από την παραγωγική διαδικασία του αγαθού 2 (h_1 =0, h_2 =1). Συνεπώς, στο στάσιμο σημείο $\underline{x}^* = 0$ η οικονομία εξειδικεύεται αποκλειστικά στο αγαθό 1 και στο $\overline{x}^* = +\infty$ η οικονομία εξειδικεύεται αποκλειστικά στην παραγωγή του αγαθού 2. Κατ' επέκταση, η συσσώρευση νέου ανθρωπίνου κεφαλαίου μηδενίζεται για τον τύπο 1 στην περίπτωση του $\overline{x}^* = +\infty$.

Το επόμενο που πρέπει να κάνουμε είναι να εξετάσουμε ποιά/ποιές από τις τρείς στάσιμες ισορροπίες είναι ευσταθής/είς (stable) και ποιά/ποιές είναι ασταθής/είς (unstable). Τότε μόνο θα είμαστε σε θέση να αποφανθούμε πού θα καταλήξει μακροχρόνια ο λόγος $x(t) \equiv \overline{H}_2(t) / \overline{H}_1(t)$, και μαζί του η οικονομία, λαμβάνοντας υπόψη ότι η αφετηρία χαρακτηρίζεται από την αρχική συνθήκη (5.4.26).

Για την ανάλυση ευστάθειας των στάσιμων ισορροπιών αρκεί να εξετάσουμε με βάση την εξίσωση (5.4.27), που περιγράφει την δυναμική πορεία του λόγου *x(t),* πως συμπεριφέρεται η μεταβολή ή ο ρυθμός μεταβολής του *x(t)* ως προς το *x(t),* για οποιοδήποτε *x(t).* Από την (5.4.27), λοιπόν, έπεται ότι ο ρυθμός μεταβολής g_x του *x(t)* εκφράζεται ως συνάρτηση του *x(t)*, ως ακολούθως:

$$g_x(t) = \frac{x(t+1) - x(t)}{x(t)} = \left[\frac{\delta_2 Bx(t)^{\sigma-1} - \delta_1}{1 + Bx(t)^{\sigma-1} + \delta_1} \right] = g_x[x(t)], \forall \; x(t) \in \Re_{++} \quad (5.4.31)$$

Από την (5.4.31) συνεπάγεται ότι $g_x(x^*)=0$, που δηλώνει ακριβώς ότι το x^* είναι στάσιμο σημείο, και ότι $\forall x(t) \in \Re_{++}, \, g_x[x(t)] \neq 0 \Leftrightarrow x(t) \neq x^*$. Η (5.4.31) ωστόσο, δεν ορίζει το g_x στα άκρα του διαστήματος $[0,+\infty] \equiv \Re_+ \cup \{+\infty\}$, στα οποία αντιστοιχούν και τα δύο άλλα "ακραία" στάσιμα σημεία. Εκ των περιορισμών μη-αρνητικότητας των μεταβλητών και τις συνθήκες αριστοποίησης, πάντως, έπεται ότι ο ρυθμός μεταβολής g_x ορίζεται ασυνεχώς στα άκρα $\underline{x}^* = 0$ και $\overline{x}^* = +\infty$, παίρνοντας μηδενική τιμή, οπότε και τα δύο αυτά άκρα είναι στάσιμα σημεία.

Από την (5.4.31), παραγωγίζοντας το ρυθμό $g_x[x(.)]$ ως προς το *x(.),* έπεται ότι:

$$\frac{dg_x[x(t)]}{dx(t)} = \frac{d}{dx(t)} \left[\frac{\delta_2 Bx(t)^{\sigma-1} - \delta_1}{1 + Bx(t)^{\sigma-1} + \delta_1} \right] =$$

$$=\left\{\frac{[(\sigma-1)\delta_2 Bx(t)^{\sigma-2}][1+Bx(t)^{\sigma-1}+\delta_1]-[(\sigma-1)Bx(t)^{\sigma-2}][\delta_2 Bx(t)^{\sigma-1}-\delta_1]}{[1+Bx(t)^{\sigma-1}+\delta_1]^2}\right\}\Leftrightarrow$$

$$\forall x(.)\in\Re_{++}, \qquad (5.4.32)$$

Η (5.4.32) συνεπάγεται ότι το πρόσημο της παραπάνω παραγώγου εξαρτάται αποκλειστικά από το μέγεθος της ελαστικότητας υποκατάστασης:

$$\frac{dg_x[x(.)]}{dx(.)}>0\Leftrightarrow\sigma>1\ , \qquad \frac{dg_x[x(.)]}{dx(.)}<0\Leftrightarrow\sigma<1 \qquad (5.4.33)$$

Από δε την (5.4.33), δεδομένου ότι $g_x(x^*)=0$ έπεται για την περίπτωση όπου $\sigma>1$ ότι το εσωτερικό στάσιμο σημείο x^* είναι ασταθής στάσιμη ισορροπία ενώ τα ακραία $\underline{x}^*=0$ και $\overline{x}^*=+\infty$ είναι και τα δύο ευσταθείς στάσιμες ισορροπίες.

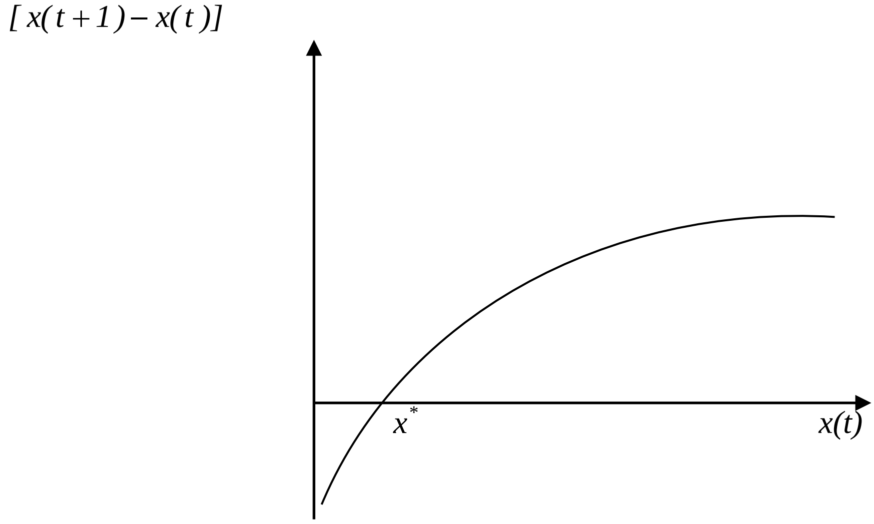
Για σ>1, δηλαδή, ισχύει:

$$g_x[x(t)]>0\Leftrightarrow x(t)>x^*, \quad g_x[x(t)]<0\Leftrightarrow x(t)<x^* \qquad (5.4.34)$$

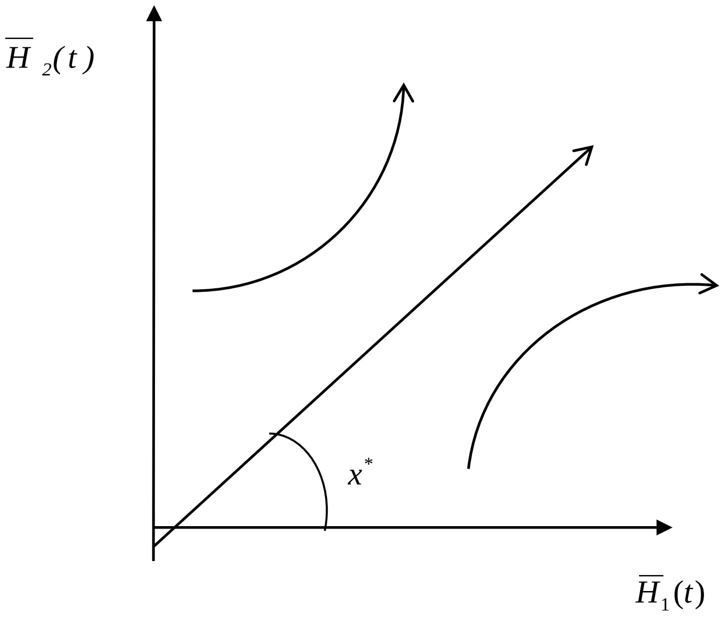
Με αυτό τον τρόπο έπεται ότι η κατάληξη της οικονομίας σε μιά από τις δύο ευσταθείς ακραίες στάσιμες ισορροπίες $\underline{x}^*=0$ και $\overline{x}^*=+\infty$ εξαρτάται από τη σχέση μεταξύ του αρχικού προικοδοτημένου λόγου ανθρωπίνων κεφαλαίων $x(0)$ και του λόγου x^*. Σύμφωνα με την αρχική συνθήκη (5.4.26), από αρχικό σημείο με $x(0)>x^*$, θα συσσωρεύει ταχύτερα ανθρώπινο κεφάλαιο εξιδεικευμένο στην παραγωγή του αγαθού 2, ώστε ο λόγος $x(t)\equiv\dfrac{\overline{H}_2(t)}{\overline{H}_1(t)}$ θα αυξάνει μονοτονικά τείνοντας προς την ευσταθή στάσιμη ισορροπία $\overline{x}^*=+\infty$, οπότε και η οικονομία μακροχρόνια εξειδικεύεται απόλυτα στην παραγωγή του αγαθού 2.

Η δυναμική συμπεριφορά του λόγου ισορροπίας $x(t)$ για σ>1 είναι εμφανής στα διαγράμματα 5.4.1 και 5.4.2 που ακολουθούν παρακάτω. Στο μεν διάγραμμα 5.4.1

απεικονίζεται η διαφορά $x(t+1)-x(t)$ ως προς το *x(t)* οπότε και φαίνεται πως η διαφορά αυτή τείνει στο μηδέν ή στο άπειρο, ανάλογα με το αν ο αρχικός λόγος *x(0)* είναι μικρότερος ή μεγαλύτερος του ενδογενώς προσδιοριζόμενου x^*. Οσον αφορά το διάγραμμα 5.4.2. απεικονίζεται η παράλληλη δυναμική πορεία των δύο τύπων ανθρωπίνων κεφαλαίου.



Διάγραμμα 5.4.1



Διάγραμμα 5.4.2

Εξάλλου, από τη δυναμική πορεία του λόγου *x(t)* μπορούμε να συνάγουμε και τη δυναμική πορεία των άλλων μεγεθών της οικονομίας. Ειδικότερα, είναι:

$$x(0) < x^* \Rightarrow \lim_{t\to+\infty} x(t) = 0 \Rightarrow \lim_{t\to+\infty} h_1(t) = 1, \qquad \lim_{t\to\infty} h_2(t) = 0 \qquad (5.4.35)$$

$$x(0) > x^* \Rightarrow \lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty \Rightarrow \lim_{t\to+\infty} h_1(t) = 0, \qquad \lim_{t\to\infty} h_2(t) = 1$$

Στη συνέχεια, από τις (5.4.17), (5.4.19), (5.4.20) και (5.4.23), έχουμε:

$$\frac{h_2(t)}{h_1(t)} = Bx(t)^{\sigma-1}, \qquad \frac{p_1(t)}{p_2(t)} = \left(\frac{J_2}{J_1}\right)x(t),$$

και

$$\frac{c_2(t)}{c_1(t)} = \frac{Y_2(t)}{Y_1(t)} = \left(\frac{\alpha_2 J_2}{\alpha_1 J_1}\right)^{\sigma} x(t)^{\sigma}, \qquad \forall t \ge 0 \qquad (5.4.36)$$

Συνδυάζοντας τώρα τις (5.4.35) και (5.4.36) μπορούμε να χαρακτηρίζουμε πλήρως τις σταθερές καταστάσεις της οικονομίας.

Εστω, λοιπόν, ότι εξετάζουμε την περίπτωση όπου $x(0) < x^*$, οπότε και η οικονομία θα τείνει στο στάσιμο σημείο $\underline{x}^* = 0$, όπου εξειδικεύεται πλήρως στην παραγωγή του αγαθού 1. Τότε από τις (5.4.35) και (5.4.36) έπεται ότι:

$$\lim_{t\to+\infty}\left[\frac{c_2(t)}{c_1(t)}\right] = \lim_{t\to+\infty}\left[\frac{Y_2(t)}{Y_1(t)}\right] = \lim_{t\to+\infty}\left[\frac{\overline{H}_2(t)}{\overline{H}_1(t)}\right] = \lim_{t\to+\infty} x(t) = 0$$

και

$$\lim_{t\to+\infty}\left[\frac{p_1(t)}{p_2(t)}\right] = \lim_{t\to+\infty} x(t) = 0 \qquad (5.4.37)$$

Για δε τους ρυθμούς μεγέθυνσης των μεγεθών κατανάλωσης, προϊόντος και ανθρωπίνου κεφαλαίου, οι (5.4.17), (5.4.20) και (5.4.35) συνεπάγονται ότι ισχύει:

$$\lim_{t\to+\infty} g_{c_1}(t) = \lim_{t\to+\infty} g_{Y_1}(t) = \lim_{t\to+\infty} g_{\overline{H}_1}(t) = \delta_1, \qquad (5.4.38)$$

$$\lim_{t\to+\infty} g_{c_2}(t) = \lim_{t\to+\infty} g_{Y_2}(t) = \lim_{t\to+\infty} g_{\overline{H}_2}(t) = 0, \qquad (5.4.39)$$

όπου:

$$g_{c_i}(t) \equiv \frac{c_i(t+1) - c_i(t)}{c_i(t)} = g_{Y_i} \equiv \frac{Y_i(t+1) - Y_i(t)}{Y_i(t)},$$

$$g_{\overline{H}_i}(t) \equiv \frac{\overline{H}_i(t+1) - \overline{H}_i(t)}{\overline{H}_i(t)} = \delta_i h_i, \qquad \text{i=1,2}$$

Και είναι επίσης:

$$\lim_{t\to+\infty} c_2(t) = \lim_{t\to+\infty} Y_2(t) = \lim_{t\to+\infty} [J_2 h_2(t) \overline{H}_2(t)] = 0, \qquad (5.4.40)$$

καθώς, αν και το $\overline{H}_2(t)$ αυξάνεται, αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό που τείνει στο μηδέν, ενώ το $h_2(t)$ μειώνεται προς το μηδέν με ταχύτερο ρυθμό.

Οι σχέσεις (5.4.37) - (5.4.40) καταδεικνύουν ακριβώς ότι, για την περίπτωση όπου $x(0) < x^*$, μακροχρόνια η οικονομία εξειδικεύεται πλήρως στην παραγωγή και κατανάλωση του αγαθού 1 και στην συσσώρευση νέου ανθρωπίνου κεφαλαίου μόνο τύπου 1. Ειδικά η σχέση (5.4.40) δηλώνει ότι στην αντίστοιχη στάσιμη ισορροπία $\underline{x}^* = 0$ μηδενίζονται η κατανάλωση και η παραγωγή του αγαθού 2.

Ιδιαίτερη σημασία έχει η σχέση (5.4.38), όπου ερμηνεύοντάς την διαπιστώνουμε ότι στη σταθερή κατάσταση ο μακροχρόνιος ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης ισούται με το συντελεστή της ταχύτητας συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου στον τομέα παραγωγής του αγαθού στο οποίο εξειδικεύεται η οικονομία. Το ίδιο συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί εναλλακτικά εάν εξετάσουμε το κατά κεφαλήν πραγματικό προϊόν σε όρους του αγαθού εκείνου όπου επέρχεται η απόλυτη εξειδίκευση.

Ειδικότερα, για $x(0) < x^*$ με στάσιμη ισορροπία $\underline{x}^* = 0$ ας συμβολίσουμε το κατά κεφαλή προϊόν σε όρους αγαθού 1 με *y(t).* Επειδή, μάλιστα, ο μόνος αμειβόμενος παραγωγικός συντελεστής είναι η εργασία και οι αγορές είναι ανταγωνιστικές, και όπως άλλωστε φαίνεται από τον εισοδηματικό περιορισμό του νοικοκυριού, το κατά κεφαλή πραγματικό προϊόν *y(t)* θα ισούται με τον πραγματικό μισθό σε όρους αγαθού 1, ο οποίος και ισούται με $1/p_1(t)$ καθώς έχουμε κανονικοποιήσει με w(t)=1. Ως εκ τούτου, και από τον ορισμό του *y(t)* έχουμε:

$$y(t) \equiv \frac{m}{n}\left\{Y_1(t) + \left[\frac{p_2(t)}{p_1(t)}\right]Y_2(t)\right\} = c_1(t) + \left[\frac{p_2(t)}{p_1(t)}\right]c_2(t),\ \forall t \geq 0 \qquad (5.4.41)$$

Ο ρυθμός μεγέθυνσης του *y(t),* που εκφράζει και το ρυθμό οικονομικής ανάπτυξης, θα είναι:

$$g_y(t) \equiv \frac{y(t+1) - y(t)}{y(t)}$$

από τις (5.4.37) και (5.4.41) έπεται τότε ότι:

$$\lim_{t\to+\infty} y(t) = \lim_{t\to+\infty} c_1(t) = \frac{m}{n}\lim_{t\to+\infty} Y_1(t), \qquad (5.4.42)$$

και σε συνδυασμό με την (5.4.38) καταλήγουμε τελικά ότι:

$$\lim_{t\to+\infty} g_y(t) = \lim_{t\to+\infty} g_{c_1}(t) = \delta_1, \qquad (5.4.43)$$

η (5.4.43) περιγράφει ακριβώς ότι στη στάσιμη ισορροπία $\underline{x}^* = 0$ ο μακροχρόνιος ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης ισούται με το συντελεστή ταχύτητας της συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου εξειδίκευσης αγαθού 1. Κατά συνέπεια, ανάλογα με το εάν η οικονομία ξεκινά από αρχικό-προικοδοτημένο σημείο με $x(0) < x^*$ ή με $x(0) > x^*$ θα καταλήξει στη στάσιμη ισορροπία $\underline{x}^* = 0$ ή στη στάσιμη ισορροπία $\underline{x}^* = +\infty$, αντίστοιχα. Η μεν πρώτη χαρακτηρίζεται από απόλυτη εξειδίκευση στην παραγωγή και κατανάλωση του αγαθού 1 ενώ η δεύτερη από απόλυτη εξειδίκευση στην παραγωγή και κατανάλωση του αγαθού 2. Στην πρώτη περίπτωση, ήτοι για $x(0) < x^*$, ο μακροχρόνιος ρυθμός διηνεκούς οικονομικής μεγέθυνσης εξαρτάται ευθέως από το δ_1, ενώ στη δεύτερη περίπτωση, ήτοι για $x(0) < x^*$, εξαρτάται από το δ_2. Καθώς, μάλιστα, το x^* προσδιορίζεται ενδογενώς σύμφωνα με την (5.4.28), ενδογενής είναι και ο καθορισμός του τύπου εξειδίκευσης της οικονομίας, ενδογενής είναι και ο προσδιορισμός του μακροχρονίου ρυθμού οικονομικής μεγέθυνσης. Ειδικότερα, η επιλογή μεταξύ του δ_1 και του δ_2 ως ρυθμού ανάπτυξης εξαρτάται, *(i)* από τις προτιμήσεις, που εκφράζονται από το λόγο α_1/α_2, *(ii)* από την τεχνολογία που εκφράζεται από τον λόγο J_1/J_2, (*iii)* από το σημείο αφετηρίας και τις αρχικές προικοδοτήσεις, που εκφράζονται από τον αρχικό λόγο $x(0) \equiv \overline{H}_2(0)/\overline{H}_1(0)$, και τέλος *(iv)* από τον μηχανισμό συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου, που εκφράζεται από τους συντελεστές ταχύτητας δ_1 και δ_2 για τα δύο αγαθά.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, εφόσον το ΣΑΙ δεν εξασφαλίζει αποτελεσματικότητα κατά *Pareto* στην κατανομή του χρόνου εργασίας μεταξύ δύο παραγωγικών διαδικασιών, υπάρχει χώρος για την άσκηση οικονομικής πολιτικής. Ειδικότερα, είναι λίαν πιθανό η ανταγωνιστική ισορροπία να οδηγεί την οικονομία σε εξειδίκευση στην παραγωγή του αγαθού εκείνου που χαρακτηρίζεται από βραδύτερη συσσώρευση νέου ανθρωπίνου κεφαλαίου (μικρότερο δ_i), με αποτέλεσμα ο μακροχρόνιος ρυθμός οικονομικής ανάπτυξης να είναι ο μικρότερος από τους δυο δυνατούς (δ_1,δ_2). Στην περίπτωση που το *Pareto Optimum* για την οικονομία είναι η εξειδίκευση στο άλλο αγαθό, το οποίο χαρακτηρίζεται από ταχύτερη αύξηση της παραγωγικότητας της εργασίας και συνεπάγεται υψηλότερο ρυθμό οικονομικής μεγέθυνσης, το κράτος μπορεί να παρέμβει με βιομηχανική πολιτική στήριξης του κλάδου παραγωγής του αγαθού αυτού, με επιδότηση του προϊόντος αυτού ή φορολόγηση του άλλου προϊόντος, ούτως ώστε το ΣΑΙ να οδηγηθεί τελικά σε εξειδίκευση στο αγαθό με την ταχύτερη συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου. Πρέπει, ωστόσο, να σημειωθεί ότι το *Pareto Optimum* για την οικονομία δεν είναι οπωσδήποτε η εξειδίκευση στον κλάδο του αγαθού με την ταχύτερη ανάπτυξη, διότι η μετάβαση από το αρχικό σημείο *x(0)* στην αντίστοιχη στάσιμη ισορροπία μπορεί να συνεπάγεται θυσίες μεγαλύτερες από τα μακροχρόνια οφέλη που συνεπάγεται η ταχύτερη οικονομική μεγέθυνση καθώς προσεγγίζεται αυτή η στάσιμη ισορροπία (*steady state).*

Υπενθυμίζουμε, τέλος, ότι όλα τα παραπάνω συμπεράσματα περί ευστάθειας ή αστάθειας των τριών στάσιμων ισορροπιών του ΣΑΙ, περί μακροχρόνιας απόλυτης εξειδίκευσης και περί μακροχρόνιας ανάπτυξης, ισχύουν για την περίπτωση της ελαστικής υποκατάστασης στην κατανάλωση, ήτοι για $\sigma>1$. Για να ολοκληρώσουμε, πάντως, την ανάλυση του υποδείγματος, σημειώνουμε τι συμβαίνει και στις άλλες - μικρής σημασίας- περιπτώσεις όπου $\sigma<1$ ή $\sigma=1$. Για μεν τη περίπτωση της ανελαστικής υποκατάστασης με $\sigma<1$, όπως φαίνεται άλλωστε από την σχέση (5.4.33), το “εσωτερικό” στάσιμο σημείο x^*, όπως τούτο προσδιορίζεται ενδογενώς βάσει της (5.4.28), είναι πλέον ευσταθές. Έτσι, για $\sigma<1$, ο λόγος τείνει μακροχρόνια στο x^* και η οικονομία μακροχρόνια δεν εξειδικεύεται απόλυτα στην παραγωγή κανενός αγαθού. Καθώς η υποκατάσταση των δύο αγαθών στην κατανάλωση είναι δύσκολη, η οικονομία προτιμά μακροχρόνια να παράγει και να καταναλώνει ταυτόχρονα και από τα δύο αγαθά. Στην ευσταθή στάσιμη ισορροπία x^*, ο χρόνος εργασίας κατανέμεται στην ταυτόχρονη παραγωγή και των δύο αγαθών, σύμφωνα με τις σχέσεις (5.4.24α) και (5.4.24β), οπότε η οικονομία συσσωρεύει ανθρώπινο κεφάλαιο και για τα δυο προϊόντα ταυτόχρονα και συνακόλουθα αυξάνεται η παραγωγικότητα της εργασίας και στους δυο κλάδους. Ο δε μακροχρόνιος ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης που αναλογεί στο x^* και την αντίστοιχη κατανομή της εργασίας, είναι ένας σταθμικός μέσος των δ_1 και δ_2 και προσδιορίζεται ενδογενώς.

Για δε την περίπτωση της μοναδιαίας ελαστικότητας υποκατάστασης, ήτοι για $\sigma=1$, από τις σχέσεις (5.4.22), (5.4.24α,β) και (5.4.31), έπεται ότι:

$$g_x(t) \equiv \frac{x(t+1)-x(t)}{x(t)} = \frac{\delta_2 B - \delta_1}{1+B+\delta_1} = \frac{\alpha_2\delta_2 - \alpha_1\delta_1}{\alpha_1+\alpha_2+\delta_1\alpha_1}, \quad \forall x(t) \in \Re_{++}, \qquad (5.4.44)$$

Κατά συνέπεια, ο λόγος $x \equiv \overline{H}_2(t) \big/ \overline{H}_1(t)$ μεταβάλλεται μονοτονικά και με σταθερό ρυθμό, το πρόσημο του οποίου εξαρτάται από τις προτιμήσεις και τους συντελεστές ταχύτητας συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου. Ειδικότερα, εάν $\alpha_2\delta_2 > \alpha_1\delta_1$ ή $\alpha_2 / \alpha_1 > \delta_1 / \delta_2$, τότε η οικονομία τείνει ασυμπτωτικά στη στάσιμη ισορροπία $\bar{x}^* = +\infty$, ενώ εάν $\alpha_2 / \alpha_1 < \delta_1 / \delta_2$, τότε τείνει ασυμπτωτικά στη στάσιμη ισορροπία $\bar{x}^* = 0$, όποιο κι αν είναι το αρχικό της σημείο $x(0) \in \Re_{++}$. Ο προσδιορισμός, λοιπόν, του τύπου απόλυτης εξειδίκευσης και του μακροχρόνιου ρυθμού οικονομικής ανάπτυξης είναι και πάλι ενδογενής, όπως και στην περίπτωση του $\sigma>1$.

Το Pareto Optimum

Όπως τονίσθηκε και εξ αρχής, το ΣΑΙ δεν είναι άριστο κατά *Pareto*. Ειδικότερα, η κατανομή της εργασίας δεν είναι αποτελεσματική κατά *Pareto*, επειδή τα νοικοκυριά αγνοούν τον μηχανισμό συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου και δεν αντιλαμβάνονται τη δυναμική αλληλεξάρτηση των καταστάσεων της οικονομίας. Έτσι δεν λαμβάνουν υπόψη τους τις δυναμικές συνέπειες της κατανομής του εργάσιμου χρόνου.

Ο κοινωνικός σχεδιαστής, αντίθετα, έχει πλήρη γνώση και αντίληψη του μηχανισμού συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου και της δυναμικής δομής του προβλήματος επιλογής. Έτσι, το πρόβλημα που αντιμετωπίζει ο κοινωνικός σχεδιαστής, η λύση του οποίου μας δίνει το *Pareto Optimum* της οικονομίας, έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\max_{\{c_i(t),h_i(t),H_i(t+1);i=1,2\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[c_1(t),c_2(t)] \tag{5.4.45}$$

υπό τους περιορισμούς

$$c_i(t) \le J_i h_i(t)\bar{H}_i(t) \qquad \forall t \ge 0, i = 1,2 \tag{5.4.46}$$

$$h_1(t) + h_2(t) \le 1, \quad \forall t \ge 0, \tag{5.4.47}$$

$$\bar{H}_i(t+1) = [1+\delta_i h_i(t)]\bar{H}_i(t), \quad \forall t \ge 0, \quad i = 1,2 \tag{5.4.48}$$

$$c_i \ge 0, \quad h_i(t) \ge 0, \quad \bar{H}_i(t+1) \ge 0, \qquad \forall t \ge 0, \quad i = 1,2 \tag{5.4.49}$$

$\bar{H}_i(0) \in R_+$ δεδομένο

Παρατήρηση: Δεδομένης της μορφής της συνάρτησης προσωρινής χρησιμότητας u(.), οι οριακές χρησιμότητες των αγαθών 1 και 2 είναι αυστηρά θετικές. Έτσι στη λύση του προβλήματος του Κοινωνικού Σχεδιαστή δεν είναι δυνατόν οι τεχνολογικοί περιορισμοί (5.4.46) να ισχύουν με ανισότητα. Συνεπάγεται ότι το πρόβλημα του Κοινωνικού Σχεδιαστή διατυπώνεται ως εξής:

$$\max_{\{h_i(t), H_i(t+1), i=1,2\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[J_1 h_1(t)\overline{H}_1(t), J_2 h_2(t)\overline{H}_2(t)]$$

υ.π. $\overline{H}_i(t+1) = [1+\delta_i h_i(t)]\overline{H}_i(t), \quad \forall t \geq 0, \quad i = 1,2$

$h_1(t) + h_2(t) \leq 1, \quad \forall t \geq 0,$

$h_i(t) \geq 0, \quad \overline{H}_i(t+1) \geq 0, \qquad \forall t \geq 0, \quad i = 1,2$

$\overline{H}_i(0) \in R_+$ δεδομένο

Οι δυο τελευταίοι φυσικοί περιορισμοί στην (5.4.49) και από τη μορφή των κανόνων μετάβασης των ανθρωπίνων κεφαλαίων εξασφαλίζεται ότι:

$\overline{H}_i(t+1) \geq 0, \qquad \forall t \geq 0, \quad i = 1,2$

Επίσης από την μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας έπεται ότι ικανοποιούνται οι Συνθήκες Inada:

$u_{c_i}(c_1, c_2) \to +\infty \text{ όπως } c_i \to +0, \quad i = 1,2$

Συνεπώς στη λύση του προβλήματος του Κοινωνικού Σχεδιαστή είναι προφανές ότι θα έχουμε:

$h_i(t) > 0, \quad \forall t \geq 0, \quad i = 1,2$

Έτσι εξασφαλίζεται ότι στη λύση του Προβλήματος του Κοινωνικού Σχεδιαστή θα ικανοποιούνται όλοι οι φυσικοί περιορισμοί. Τέλος, για τους ίδιους λόγους που $c_i(t) \geq 0$ στη λύση του Προβλήματος του κοινωνικού Σχεδιαστή θα έχουμε:

$h_1(t) + h_2(t) = 1, \quad \forall t \geq 0$

Έτσι το Πρόβλημα του Κοινωνικού Σχεδιαστή μπορεί να επαναδιατυπωθεί, παραπέρα, ως εξής[1]:

$$\max_{\{h_i(t), i=1,2\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[J_1 h_1(t)\overline{H}_1(t), J_2 h_2(t)\overline{H}_2(t)]$$

υ.π. $\overline{H}_i(t+1) = [1+\delta_i h_i(t)]\overline{H}_i(t), \quad \forall t \geq 0, \quad i = 1,2$

$h_1(t) + h_2(t) = 1, \quad \forall t \geq 0$

$\overline{H}_i(0) \in R_+$ δεδομένο

Όπως και στην περίπτωση της απόδειξης και αναγκαιότητας της Συνθήκης Euler για το Γενικό Δυναμικό Πρόβλημα με Άπειρο Χρονικό ορίζοντα έτσι και εδώ συνεπάγεται ότι αν $\{h_i(t), i=1,2\}_{t=0}^{\infty}$ είναι λύση του Προβλήματος του Κοινωνικού Σχεδιαστή, τότε $h_i(t), i=1,2$ πρέπει να είναι λύση του προβλήματος:

$$\max_{h_i(t), i=1,2} \left\{ u[J_1 h_1(t)\overline{H}_1(t), J_2 h_2(t)\overline{H}_2(t)] + \beta u[J_1 h_1(t+1)\overline{H}_1(t+1), J_2 h_2(t+1)\overline{H}_2(t+1)] \right\}$$

υ.π. $h_1(t) + h_2(t) = 1$

$\overline{H}_i(t+1) = [1+\delta_i h_i(t)]\overline{H}_i(t), \; i = 1,2$

Αντικαθιστώντας τους παραπάνω περιορισμούς το Πρόβλημα εκφράζεται ως:

$$\max_{h_1(t)} \left\{ \begin{array}{l} u\left[J_1 h_1(t)\overline{H}_1(t), J_2\left(1-h_1(t)\right)\overline{H}_2(t)\right] + \\ \beta u\left[J_1 h_1(t+1)\left([1+\delta_1 h_1(t)]\overline{H}_1(t)\right), J_2 h_2(t+1)\left([1+\delta_2(1-h_1(t)]\overline{H}_2(t)\right)\right] \end{array} \right\}$$

Οι αναγκαία συνθήκη πρώτης τάξης για την λύση του Προβλήματος είναι:

$$\begin{array}{l} u_{c_1}(c_1(t), c_2(t))J_1\overline{H}_1(t) - u_{c_2}(c_1(t), c_2(t))J_2\overline{H}_2(t) + \\ \beta\left\{u_{c_1}\left(c_1(t+1), c_2(t+1)\right)J_1 h_1(t+1)\delta_1\overline{H}_1(t) - u_{c_2}\left(c_1(t+1), c_2(t+1)\right)J_2 h_2(t+1)\delta_2\overline{H}_2(t)\right\} = 0 \end{array}$$

Επομένως, δεδομένης της κοιλότητας της συνάρτησης χρησιμότητας u(.), και εφόσον ικανοποιείται η τερματική συνθήκη (transversality condition), αναγκαία και ικανή συνθήκη για εσωτερική λύση στο παραπάνω πρόβλημα είναι η ακόλουθη συνθήκη Euler.

---

[1] Λόγω της ειδικής φύσεως των υποθέσεων και των περιορισμών του υποδείγματος αυτού, η λύση στο πρόβλημα του κοινωνικού σχεδιαστή με βελτιστοποίηση ως προς $H_i(t+1)$ *(i=1 ή 2)* διευκολύνεται με τη βελτιστοποίηση ως προς το $h_i(t)$ ($h_1(t)$ εν προκειμένω).

$$\frac{u_{c_1}[c_1(t),c_2(t)]+\beta\delta_1 h_1(t+1)u_{c_1}[c_1(t+1),c_2(t+1)]}{u_{c_2}[c_1(t),c_2(t)]+\beta\delta_2 h_2(t+1)u_{c_2}[c_1(t+1),c_2(t+1)]}=\frac{J_2H_2(t)}{J_1H_1(t)} \qquad (5.4.50)$$

Είναι τώρα προφανές, λοιπόν, πως το *Pareto Optimum* της οικονομίας, το οποίο χαρακτηρίζεται από τη συνθήκη (5.3.50), διαφέρει από σημείο ανταγωνιστικής ισορροπίας, το οποίο χαρακτηρίζεται από τις σχέσεις (5.3.6) και (5.3.14). Η σχέση (5.3.50) εσωτερικοποιεί τον μηχανισμό συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου και ενσωματώνει τις δυναμικές συνέπειες που έχει η τρέχουσα κατανομή του χρόνου εργασίας στην μελλοντική παραγωγικότητα της εργασίας. Εν γένει, ο τύπος εξειδίκευσης στη στάσιμη ισορροπία (σταθερή κατάσταση) του *Pareto Optimum* της οικονομίας μπορεί να είναι διαφορετικός από εκείνον του ΣΑΙ. Ακόμη όμως, κι αν ο τύπος εξειδίκευσης είναι μακροχρόνια ο ίδιος, το μονοπάτι ή τροχιά με την οποία η οικονομία προσεγγίζει τη στάσιμη ισορροπία (σταθερή κατάσταση) δια της ανταγωνιστικής ισορροπίας, δεν θα είναι αποτελεσματικό κατά *Pareto*. Ο ρυθμός προσέγγισης της στάσιμης ισορροπίας, ειδικότερα, θα είναι βραδύτερος του άριστου.

Ανοικτή Οικονομία και Διεθνές Εμπόριο

Είναι απαραίτητο στο σημείο αυτό να διερευνήσουμε την περίπτωση που η εξεταζόμενη οικονομία είναι ανοιχτή και τα δύο αγαθά αντικείμενα διεθνούς εμπορίου. Σημειώνουμε ότι και πάλι αναφερόμαστε στην περίπτωση της ελαστικής υποκατάστασης στην κατανάλωση, με $\sigma>1$, καθώς η υπόθεση αυτή είναι η πλέον κατάλληλη στα πλαίσια της Θεωρίας του Διεθνούς Εμπορίου.

Όταν η εξεταζόμενη οικονομία είναι μικρή και ανοικτή, δηλαδή λειτουργεί κάτω από συνθήκες τέλειου ανταγωνισμού, οι τιμές των αγαθών και ειδικότερα οι όροι διεθνούς εμπορίου ή λόγος ανταλλαγής, p_1/p_2 προσδιορίζονται για την οικονομία εξωγενώς. Για το σύνολο των οικονομιών όμως οι όροι διεθνούς εμπορίου προσδιορίζονται ενδογενώς από τις δυνάμεις παγκόσμιας ζήτησης και προσφοράς.

Η μικρή και ανταγωνιστική οικονομία, αντιμετωπίζοντας σε κάθε περίοδο ένα δεδομένο λόγο p_1/p_2, αποφασίζει για την κατανομή του εισοδήματός της καθώς και για την κατανάλωσή της με βάση τη σχέση (5.4.6), δηλαδή την εξίσωση του MRS με τον διεθνή λόγο τιμών, οπότε και καταναλώνει ταυτόχρονα και από τα δύο αγαθά. Για την παραγωγή και την κατανομή της εργασίας όμως, η επιλογή είναι πιο ριζική. Λόγω της Ρικαρντιανής τεχνολογίας, η οικονομία εξειδικεύεται απόλυτα στην παραγωγή ενός και μόνο αγαθού σε κάθε περίοδο $t \geq 0$.

Εάν, ειδικότερα, ο διεθνής λόγος τιμών είναι μεγαλύτερος από τον τρέχοντα οριακό λόγου μετασχηματισμού, $MRT = J_2\overline{H}_2(t)/J_1\overline{H}_1(t)$, τότε εξειδικεύεται απόλυτα στην παραγωγή του αγαθού 1, ενώ στην αντίθετη περίπτωση εξειδικεύεται απόλυτα στην παραγωγή του αγαθού 2. Μέρος δε του παραγόμενου προϊόντος της το ανταλλάσσει στη διεθνή αγορά με την ποσότητα του άλλου αγαθού που δεν παράγει η ίδια, αλλά θέλει να καταναλώσει. Επομένως, τόσο εσωτερικοί – εγχώριοι, όσο και εξωτερικοί – διεθνείς παράγοντες, επιδρούν στον τύπο εξειδίκευσης και στη βραχυχρόνια και μακροχρόνια ανάπτυξη της οικονομίας.

Η μακροχρόνια κατάληξη, πάντως του συνόλου της παγκόσμιας οικονομίας θα είναι ανάλογη της στάσιμης ισορροπίας της κλειστής οικονομίας. Μακροχρόνια, η παγκόσμια οικονομία θα εξειδικευτεί απόλυτα σε ένα και μόνο αγαθό, και ο τύπος της εξειδίκευσης εξαρτάται από τις διεθνείς προτιμήσεις, την τεχνολογία και τις διεθνείς προικοδοτήσεις, καθώς και από τις ταχύτητες συσσώρευσης ανθρωπίνου κεφαλαίου.