ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ 2

Άσκηση 1 (Poisson από μεταφορά)

Έστω η κατανομή P με $\operatorname{supp} P = \{0,1,2,...,\}$ και

$P\left(\{x\}\right) = \dfrac{\lambda^x}{\chi!}e^{-\lambda}$ *για* $\forall x \in \operatorname{supp} P$ *όπου* $\lambda \in (0,\infty)$.

Έστω και η τυχαία μεταβλητή $X : R \to R$ με X(z) = -z

Να βρεθεί

α) το στήριγμα και

β) η συνάρτηση πιθανότητας

<u>Απάντηση</u>

α) Αφού η X είναι τυχαία μεταβλητή θα ισχύει

$P_X(A) = P(X^{-1}(A)),\ \forall A \in \Sigma_R$.

Παρατηρούμε όμως ότι

$$\forall x \in \operatorname{supp} P, P_x(\{-x\}) = P(X^{-1}(\{-x\})) = P(\{x\}) = \frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda} > 0$$

Επομένως, σε κάθε στοιχείο του συνόλου {0,-1,-2,...} αποδίδεται αυστηρά θετική πιθανότητα απο την P_x και επιπλέον

$P_x(\{0,-1,-2,...\}) = P(X^{-1}(\{0,-1,-2\}) = P(\{0,1,2,...\}) = P(\operatorname{supp} P) = 1$.

Συνεπώς, suppP_x = {0,-1,-2,...}.

β) Η συνάρτηση πιθανότητας απο μεταφορά ορίζεται ως:

$$P_x(\{x\}) = \frac{\lambda^{|x|}}{|x|!}e^{-\lambda}\ ,\forall x$$