Ομάδα Ασκήσεων 1 (2018)

Τα παρακάτω βρίσκονται σε στάδιο διαρκούς διόρθωσης. Παρακαλώ αναφέρετε όποια παραδρομή στο stelios@aueb.gr ή στο e-class του μαθήματος.

1. Να δείξετε ότι αν $A, B \in \Sigma_\Omega$ με $A \subseteq B$ και $\mathbb{P}(B) = 0$, τότε και $\mathbb{P}(A) = 0$.
2. Να δείξετε ότι αν $A, B \in \Sigma_\Omega$ με $A \subseteq B$ και $\mathbb{P}(A) = 1$, τότε και $\mathbb{P}(B) = 1$.
3. Να δείξετε ότι αν $A, B \in \Sigma_\Omega$ και $\mathbb{P}(A \cap B) = 1$, τότε και $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 1$.
4. Να δείξετε ότι αν $A, B \in \Sigma_\Omega$ και $\mathbb{P}(A \cup B) = 0$, τότε και $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 0$.
5. Να δείξετε ότι αν $A, B \in \Sigma_\Omega$ και $\mathbb{P}(A \cap B) = 0$, τότε και $\mathbb{P}(A' \cup B') = 1$.
6. Να δείξετε ότι αν $A, B \in \Sigma_\Omega$ και $\mathbb{P}(A \cup B) = 1$, τότε και $\mathbb{P}(A' \cap B') = 0$.
7. Να δείξετε ότι αν $A, B \in \Sigma_\Omega$ και $\mathbb{P}(B) = 0$, τότε και $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A)$.
8. Να δείξετε ότι αν $A, B \in \Sigma_\Omega$ και $\mathbb{P}(B) = 1$, τότε και $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)$.
9. Να δείξετε ότι αν $A, B, C \in \Sigma_\Omega$ τότε $\mathbb{P}(A \cup B \cup C) \leq \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C)$.
10. Έστω ότι $\Omega = \{HH, HT, TH, TT\}$ με Σ_Ω την συλλογή από όλα τα υποσύνολα του Ω. Βρείτε την Σ_Ω. Έστω ότι η $\mathbb{P}$ ορίζεται από τις σχέσεις $\mathbb{P}(\{HH\}) = \mathbb{P}(\{HT\}) = \mathbb{P}(\{TH\}) = \mathbb{P}(\{TT\}) = \frac{1}{4}$. Βρείτε την $\mathbb{P}$.