Ef.I.2 ΚΕΡΔΟΣ(Α)

ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ. 1.Κέρδος 2.Οριακό κέρδος 3.Συντελεστής παραγωγής
ΜΟΝΟΠΩΛΙΟ. 4.Έσοδο μονοπωλίου 5.Κέρδος μονοπωλίου

ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ

1. Κέρδος

Θεωρούμε παραγόμενη ποσότητα Q που διατίθεται στην κατανάλωση με μοναδιαία τιμή:

$$P = p$$

για την οποία υποθέτουμε ότι είναι δοσμένη, εξωγενώς καθορισμένη, ανεξάρτητα της ζήτησης. Λέμε ότι επικρατούν συνθήκες **πλήρους ανταγωνισμού** (full competition). Θα προκύψει **έσοδο** (**R**evenue), που δίνεται από την γραμμική συνάρτηση:

$$R(Q) = pQ$$

Εκτός από το έσοδο, έχουμε και το κόστος της παραγωγής, ως άθροισμα ενός σταθερού κόστους και του μεταβλητού κόστους:

$C(Q) = F + VC(Q)$, όπου: $C(0) = F$, σταθερό κόστος

Αφαιρώντας το κόστος από το έσοδο βρίσκουμε το **κέρδος** (**P**rofit) της παραγωγής:

$$\Pi = R(Q) - C(Q) = pQ - C(Q)$$

Αν παραλείψουμε το σταθερό κόστος τότε βρίσκουμε το **μεταβλητό** ή **λειτουργικό κέρδος** (operational, **V**ariable **P**rofit):

$$V\Pi = R(Q) - VC(Q) = pQ - VC(Q)$$

Έτσι *το (καθαρό) κέρδος προκύπτει αφαιρώντας το σταθερό κόστος από το λειτουργικό κέρδος:*

$$\Pi = V\Pi - F$$

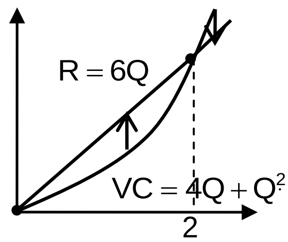
Συμβατικά, θα λέμε ότι η μοναδιαία τιμή p είναι:

- **συμφέρουσα** αν υπάρχει παραγωγή με γνήσια θετικό λειτουργικό κέρδος. Αυτό συμβαίνει αν η συνάρτηση εσόδων είναι **γνήσια** μεγαλύτερη από την συνάρτηση **μεταβλητού κόστους,** σε κάποιο επίπεδα παραγωγής.
- **κερδοφόρος** αν υπάρχει παραγωγή με γνήσια θετικό κέρδος. Αυτό συμβαίνει αν η συνάρτηση εσόδων είναι **γνήσια** μεγαλύτερη από την συνάρτηση **κόστους**, σε κάποιο επίπεδα παραγωγής.

Παρατήρηση. Μια συμφέρουσα τιμή θα είναι και κερδοφόρος αν για κάποια παραγωγή το λειτουργικό κέρδος υπερκαλύπτει γνήσια και το σταθερό κόστος, δηλαδή αν το μέγιστο λειτουργικό κέρδος είναι γνήσια μεγαλύτερο από το σταθερό κόστος.

Παράδειγμα. Θεωρούμε ανταγωνιστική παραγωγή με μοναδιαία τιμή:

$$p = 6 \Rightarrow R = 6Q$$



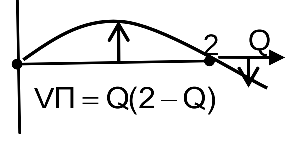
και συνάρτηση κόστους την γνωστή:

$$C = F + 4Q + Q^2 \Rightarrow VC = 4Q + Q^2 = Q(4 + Q)$$

Το λειτουργικό κέρδος θα είναι:

$$V\Pi = 6Q - (4Q + Q^2) = 2Q - Q^2 = Q(2 - Q)$$

Το λειτουργικό κέρδος βρίσκεται γραφικά αφαιρώντας το μεταβλητό κόστος από το έσοδο, και στο πρώτο γράφημα παραπλεύρως παριστάνεται με βέλος για κάποιες ενδεικτικές ποσότητες παραγωγής. Είναι θετικό όταν το βέλος δείχνει προς τα πάνω, αρνητικό όταν δείχνει προς τα κάτω. Στο δεύτερο γράφημα δίνουμε το λειτουργικό κέρδος που προκύπτει αφαιρώντας το μεταβλητό κόστος από το αντίστοιχο έσοδο. Η τιμή είναι συμφέρουσα διότι έχουμε *γνήσια* θετικό λειτουργικό κέρδος στο διάστημα μεταξύ των δύο μηδενικών:



$0 < Q < 2$, με μέγιστη τιμή στο ενδιάμεσο, επειδή είναι παραβολική συνάρτηση:

$$Q^* = 1 \Rightarrow \max\{V\Pi\} = 1(2 - 1) = 1$$

Παρατήρηση. Το καθαρό κέρδος προκύπτει κατεβάζοντας το λειτουργικό κέρδος κατά το μέγεθος που δίνεται από το σταθερό κόστος: F . Επομένως, η τιμή $p=6$ θα είναι και κερδοφόρος αν το σταθερό κόστος είναι μικρότερο από το παραπάνω μέγιστο λειτουργικό κέρδος: $F<1$ ▲

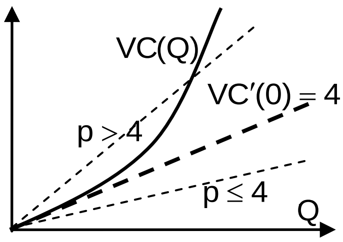
Παράδειγμα. Βρήκαμε παραπάνω ότι η μοναδιαία τιμή $p=6$ είναι συμφέρουσα διότι σαυτή την τιμή η ευθεία εσόδου περνάει πάνω από την καμπύλη μεταβλητού κόστους, όπως φαίνεται στο παραπάνω γράφημα. Γραφικά, βρίσκουμε ότι στο **συγκεκριμένο παράδειγμα** η ελάχιστη συμφέρουσα τιμή είναι αυτή που δίνεται από το αρχικό οριακό κόστος: $C'(0)=VC'(0)=4$.
Πράγματι, όπως διαπιστώνουμε και στο γράφημα, αν η μοναδιαία τιμή είναι γνήσια μεγαλύτερη:

$$p > VC'(0) = 4$$

τότε η γραμμική συνάρτηση εσόδου περνάει γνήσια πάνω από την συνάρτηση μεταβλητού κόστους. Αντίθετα αν είναι μικρότερη:

$$p \le VC'(0) = 4$$

τότε η γραμμική συνάρτηση εσόδου θα είναι πάντα μικρότερη από το αντίστοιχο μεταβλητό κόστος.



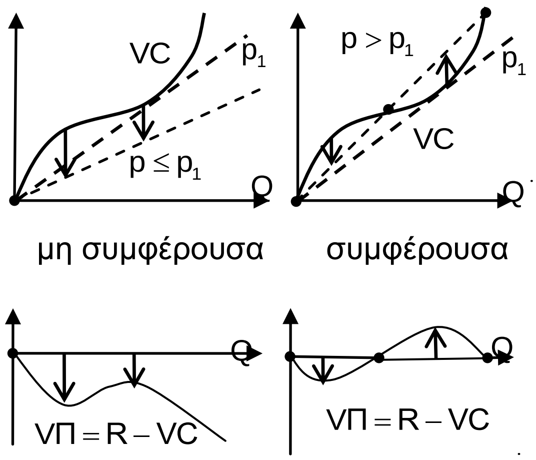
▲

Παράδειγμα. Θα εξετάσουμε και την ελάχιστη συμφέρουσα τιμή για την ανταγωνιστική παραγωγή με συνάρτηση μεταβλητού κόστους την γνωστή:

$$C = F + 4Q - Q^2 + Q^3/3$$

$$\Rightarrow VC = 4Q - Q^2 + Q^3/3$$

και αντίστοιχο έσοδο: $R=pQ$. Θεωρούμε και δύο διαφορετικές τιμές p, όπως στα παραπλεύρως γραφήματα. Τώρα η κρίσιμη κλίση p_1 για συμφέρουσα τιμή δίνεται από την διακεκομμένη ακτίνα που εφάπτεται της καμπύλης **μεταβλητού κόστους** από κάτω. Στα δύο σχήματα παραπλεύρως δίνουμε γραφικά το λειτουργικό κέρδος που προκύπτει αφαιρώντας το μεταβλητό κόστος από το αντίστοιχο έσοδο. Παρατηρούμε ότι η μικρότερη τιμή $p \le p_1$ δεν είναι συμφέρουσα. Αντίθετα, η μεγαλύτερη τιμή $p > p_1$ είναι συμφέρουσα. Δηλαδή p_1 είναι η **μικρότερη συμφέρουσα μοναδιαία τιμή**.



▲

2. Οριακό κέρδος

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τα παραπάνω πρόβλημα της συμφέρουσας τιμής χρησιμοποιώντας το οριακό κόστος. Θεωρούμε μια ανταγωνιστική παραγωγή με συνάρτηση κέρδους:

$$\Pi = pQ - C(Q)$$

Παραγωγίζοντας την συνάρτηση κέρδους βρίσκουμε την συνάρτηση **οριακού κέρδους**:

$$\Pi'(Q) = p - C'(Q) = p - MC(Q)$$

Το λειτουργικό κέρδος θα έχει την ίδια παράγωγο διότι διαφέρει από το κέρδος κατά μια σταθερά.
Παρατηρούμε ότι στην παραγωγή Q, θα έχουμε:

- **θετικό οριακό κέρδος,** δηλαδή θετικό κέρδος για επιπλέον μονάδα παραγωγής, αν η μοναδιαία τιμή είναι μεγαλύτερη από το αντίστοιχο οριακό κόστος:
  $$p > MC(Q)$$
- **αρνητικό οριακό κέρδος (ζημιά)** αν η μοναδιαία τιμή είναι μικρότερη από το οριακό κόστος:
  $$p < MC(Q)$$

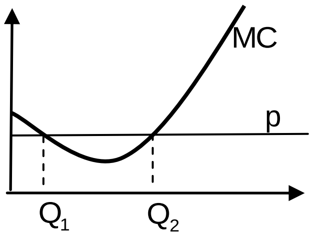
Αντιστρόφως, **ολοκληρώνοντας** το οριακό κέρδος στο διάστημα: $[0, Q]$ βρίσκουμε:

$$\int_0^Q [p - MC(Q)]dQ = \int_0^Q \Pi'(Q)dQ = \Pi(Q) - \Pi(0) = V\Pi(Q)$$, **λειτουργικό κέρδος**

Γεωμετρικά δίνεται από το **προσημασμένο εμβαδό** μεταξύ της σταθερής μοναδιαίας τιμής και της καμπύλης οριακού κόστους, από το 0 μέχρι το οιοδήποτε Q.

Παράδειγμα. Στο γράφημα παραπλεύρως δίνουμε πάλι για την γνωστή συνάρτηση κόστους την αντίστοιχη συνάρτηση οριακού κόστους:

$$C = F + 4Q - Q^2 + Q^3 / 3 \Rightarrow MC = 4 - 2Q + Q^2$$

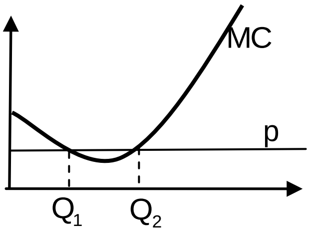


Δίνουμε και την ευθεία μιας τυχαίας μοναδιαίας τιμής p. Παρατηρούμε ότι για την **συγκεκριμένη** μοναδιαία τιμή, έχουμε:

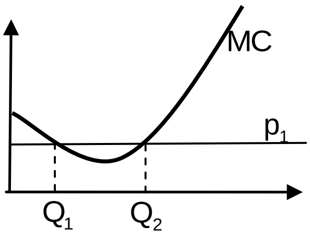
1. Αρνητικό οριακό κέρδος για παραγωγή μικρότερη της Q_1.
2. Θετικό οριακό κέρδος για παραγωγή μεταξύ των $\{Q_1, Q_2\}$
3. Αρνητικό οριακό κέρδος για παραγωγή μεγαλύτερη της Q_2.

Επομένως, το κέρδος μειώνεται μέχρι το Q_1, στη συνέχεια αυξάνει μέχρι το Q_2 και μετά πάλι μειώνεται. Επομένως η παραγωγή Q_2 δίνει το μέγιστο κέρδος και το μέγιστο λειτουργικό κέρδος. Μάλιστα το λειτουργικό κέρδος είναι γνήσια θετικό. Πράγματι το προσημασμένο εμβαδό μεταξύ της σταθερής μοναδιαίας τιμής και της καμπύλης οριακού κόστους, από το 0 μέχρι το Q_2 είναι γνήσια θετικό, διότι το αρνητικό εμβαδό μέχρι το Q_1 είναι γνήσια μικρότερο από το θετικό εμβαδό μεταξύ των $\{Q_1, Q_2\}$. Δηλαδή, η συγκεκριμένη τιμή p είναι αρκετά **ψιλή** ώστε να είναι συμφέρουσα. Θα είναι και κερδοφόρος αν το λειτουργικό κέρδος που δίνεται από το παραπάνω προσημασμένο εμβαδό υπερκαλύπτει και το σταθερό κόστος.

Παράδειγμα. Αντίθετα, η **χαμηλή τιμή** p στο επόμενο σχήμα δίνει στην αντίστοιχη παραγωγή Q_2 αρνητικό λειτουργικό κέρδος διότι το αρνητικό εμβαδό μέχρι το Q_1 είναι γνήσια μεγαλύτερο από το θετικό μεταξύ των$\{Q_1, Q_2\}$. Η συγκεκριμένη τιμή δεν είναι συμφέρουσα, επομένως ούτε και κερδοφόρος.



Παρατήρηση. Μεταξύ των τιμών στα δύο παραπάνω παραδείγματα βρίσκεται η κρίσιμη τιμή p_1, που είναι η ελάχιστη συμφέρουσα τιμή όπως εξετάσαμε σε προηγούμενα παραδείγματα. Σαυτή την τιμή το προσημασμένο εμβαδό είναι μηδενικό, όπως φαίνεται στο σχήμα, διότι το αρνητικό εμβαδό μέχρι το Q_1 είναι ίσο με το θετικό μεταξύ των $\{Q_1, Q_2\}$. Επομένως και το λειτουργικό κέρδος είναι μηδενικό.



3. Συντελεστής παραγωγής

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε μια παραγωγική διαδικασία όπου η παραγωγή και το κόστος δεν συνδέονται άμεσα, αλλά μέσω ενός συντελεστή παραγωγής τον οποίο συμβατικά θα αποκαλούμε **εργασία** (**L**abor) L. Τώρα η παραγωγή θα είναι συνάρτηση της εργασίας:

$$Q = Q(L)$$

συνήθως κοίλη συνάρτηση αλλά όχι απαραίτητα. Θα υποθέσουμε **συνθήκες πλήρους ανταγωνισμού στην αγορά του προιόντος και της εργασίας,** οπότε η μοναδιαία τιμή του προιόντος P, και το μοναδιαίο κόστος της εργασίας W θα είναι παράμετροι, δηλαδή σταθερές καθορισμένες εξωγενώς:

$$P = p,\ W = w$$

Το κόστος και το έσοδο της παραγωγής θα είναι αντίστοιχα:

$$C = wL,\ R = pQ(L)$$

Τώρα τα οριακά μεγέθη αναφέρονται στην μονάδα εργασίας:

$$MC = C'(L) = w\ ,\ \ MR = R'(L) = pQ'(L)$$

Για το κέρδος βρίσκουμε την παράσταση:

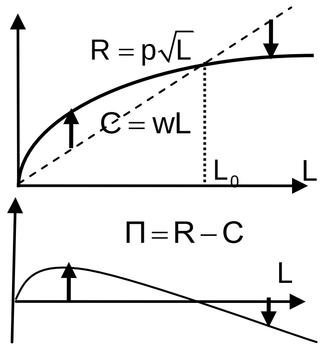
$$\Pi(L) = pQ(L) - wL$$

Παρατήρηση. Υποθέτοντας ως συνήθως ότι το σταθερό κόστος υπάρχει και χωρίς παραγωγή, το παραλείψαμε αν υπάρχει, δεδομένου ότι επηρεάζει μόνο το επίπεδο του κέρδους κατά μια σταθερά. Έτσι, η μελέτη αφορά στην πραγματικότητα το λειτουργικό κέρδος. ▲

Λέμε ότι οι μοναδιαίες τιμές $\{p,w\}$ είναι **συμφέρουσες** αν το παραπάνω (λειτουργικό) κέρδος παίρνει και γνήσια θετικές τιμές, δηλαδή αν το έσοδο είναι γνήσια μεγαλύτερο από το κόστος για κάποια ποσότητες εργασίας.

Παράδειγμα. Θεωρούμε την κοίλη συνάρτηση παραγωγής:

$$Q = \sqrt{L}$$



και όπως διαπιστώνουμε γραφικά στο σχήμα παραπλεύρως, όλοι οι συνδυασμοί μοναδιαίων τιμών $\{p,w\}$ είναι συμφέροντες διότι έχουμε πάντοτε κερδοφορία για μικρές ποσότητες εργασίας. Αυτό συμβαίνει διότι η συνάρτηση εσόδου αρχίζει με άπειρη κλίση, οπότε η γραμμική συνάρτηση κόστους περνάει πάντοτε κάτω από την συνάρτηση εσόδου. Μηδενίζεται όταν έχουμε:

$$\Pi(L) = p\sqrt{L} - wL = 0 \Rightarrow L_0 = p^2 / w^2$$

Για μικρότερες ποσότητες εργασίας: $L < L_0$ το έσοδο είναι γνήσια μεγαλύτερο από το κόστος.

▲

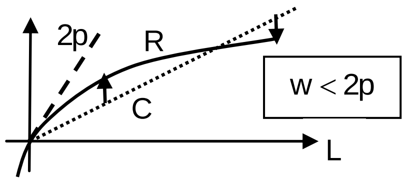
Παράδειγμα. Θεωρούμε την κοίλη συνάρτηση παραγωγής:

$$Q = 2\ln(1+L)$$

Το γράφημά της προκύπτει από αυτό του λογαρίθμου με μετατόπιση κατά 1 προς τα αριστερά. Τώρα το οριακό έσοδο αρχίζει με κλίση:

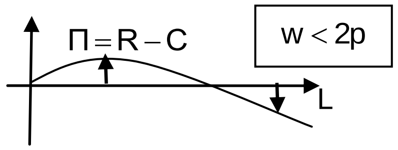
$$R'(L) = 2p/(1+L) \Rightarrow R'(0) = 2p$$

Δίνεται από την κλίση της μαύρης διακεκομμένης γραμμής στο γράφημα παραπλεύρως. Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

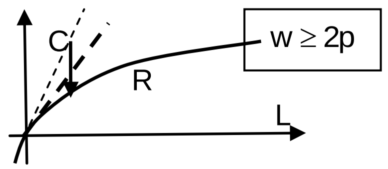


1. Αν η κλίση της συνάρτησης κόστους είναι (γνήσια) μικρότερη από την παραπάνω:

$$w < R'(0) = 2p$$

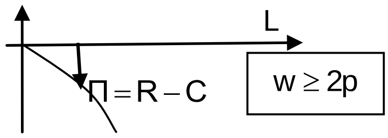


τότε, όπως φαίνεται και στο πρώτο γράφημα, το κόστος είναι αρχικά μικρότερο από το έσοδο και έχουμε κερδοφορία για μικρές ποσότητες εργασίας. Οι τιμές $\{p,w\}$ είναι συμφέρουσες. Στο επόμενο γράφημα δίνουμε την συνάρτηση κέρδους που προκύπτει ως διαφορά.



2. Αν η κλίση της συνάρτησης κόστους είναι μεγαλύτερη από την αρχική κλίση της συνάρτησης εσόδου:

$$w \geq R'(0) = 2p$$



τότε η μοναδιαία τιμή του προιόντος είναι σχετικά χαμηλή σε σχέση με το μοναδιαίο κόστος της εργασίας και η παραγωγή δεν είναι συμφέρουσα. Όπως φαίνεται και στα γραφήματα παραπλεύρως το κόστος είναι πάντοτε μεγαλύτερο από το έσοδο, οπότε το κέρδος που δίνεται από την διαφορά τους είναι πάντα αρνητικό.

▲

ΜΟΝΟΠΩΛΙΟ

4. Έσοδο μονοπωλίου

Αν μια ποσότητα παραγωγής Q διατεθεί στην κατανάλωση με μοναδιαία τιμή P, θα προκύψει **έσοδο** (**R**evenue):

$$R = PQ$$

Όσον αφορά την σχέση μεταξύ της μοναδιαίας τιμής και της ποσότητας, λέμε ότι επικρατούν συνθήκες:

- **πλήρους ανταγωνισμού** (full competition) αν η μοναδιαία τιμή είναι σταθερή εξωγενώς καθορισμένη, ανεξάρτητα της ζήτησης:

$P(Q) \equiv p \Rightarrow R = pQ$, γραμμική συνάρτηση

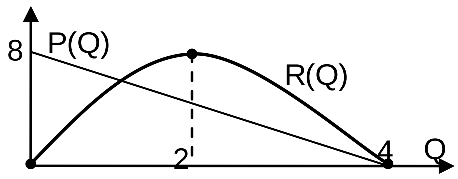
- **ελλιπούς ανταγωνισμού**, ειδικότερα συνθήκες **μονοπωλίου** (monopoly), αν η μοναδιαία τιμή συνδέεται με την ποσότητα σύμφωνα με την εξίσωση ζήτησης του προϊόντος:

$P = P(Q) \Rightarrow R = P(Q)Q$, όπου: $P(Q) = D^{-1}(Q)$, αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης

Εξετάσαμε την πρώτη περίπτωση παραπάνω. Τώρα θα εξετάσουμε την δεύτερη περίπτωση.

Παράδειγμα. Θεωρούμε τη γραμμική συνάρτηση ζήτησης:

$$Q = 4 - P/2 \Rightarrow P = 2(4 - Q)$$



Σε συνθήκες μονοπωλίου βρίσκουμε την αντίστοιχη συνάρτηση εσόδου, όπως στο γράφημα παραπλεύρως:

$$R = PQ = 2(4 - Q)Q$$

Καθώς η ποσότητα Q αυξάνει (διότι η μοναδιαία τιμή P πέφτει), το έσοδο στην αρχή είναι μικρό διότι η ζήτηση είναι μικρή και στο τέλος είναι πάλι μικρό τώρα διότι η τιμή είναι μικρή. Η συνάρτηση εσόδου είναι παραβολική με μέγιστο στο ενδιάμεσο:

$$\{Q = 2, P = 4\} \Rightarrow R = 8$$

▲

5. Κέρδος μονοπωλίου

Εκτός από το έσοδο, έχουμε και το κόστος της παραγωγής, ως άθροισμα του σταθερού κόστους και του μεταβλητού κόστους:

$$C(Q) = F + VC(Q)$$

Για το **κέρδος** (**P**rofit) της παραγωγής, βρίσκουμε:

$$\Pi = R(Q) - C(Q) = PQ - C(Q)$$

Αν παραλείψουμε το σταθερό κόστος τότε βρίσκουμε το **μεταβλητό** ή **λειτουργικό κέρδος** (operational, **V**ariable **P**rofit):

$$V\Pi = R(Q) - VC(Q) = PQ - VC(Q)$$

Έτσι το (καθαρό) κέρδος προκύπτει αφαιρώντας και το σταθερό κόστος από το λειτουργικό κέρδος:

$$\Pi = V\Pi - F$$

Όπως και προηγουμένως, θα λέμε ότι η παραγωγή είναι:

- **συμφέρουσα** αν το λειτουργικό κέρδος είναι γνήσια θετικό για κάποιο Q, δηλαδή αν σε κάποιο επίπεδο παραγωγής το έσοδο είναι γνήσια μεγαλύτερο από το **μεταβλητό κόστος.**
- **κερδοφόρος,** αν το κέρδος είναι γνήσια θετικό για κάποιο Q, δηλαδή αν σε κάποιο επίπεδο παραγωγής το έσοδο είναι γνήσια μεγαλύτερο από το **κόστος.**

Παράδειγμα. Θεωρούμε την γραμμική συνάρτηση ζήτησης που εξετάσαμε παραπάνω:

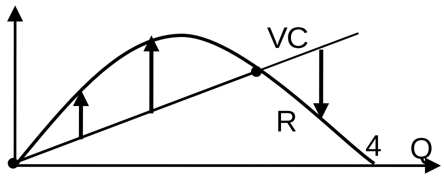
$$Q = 4 - P/2 \Rightarrow P = 2(4 - Q)$$

και την αντίστοιχη συνάρτηση εσόδου:

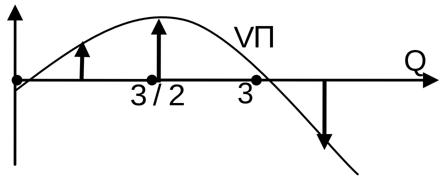
$$R = PQ = 2(4 - Q)Q = 8Q - 2Q^2 = 2Q(4 - Q)$$

Θεωρούμε και μία γραμμική συνάρτηση κόστους, στο ίδιο γράφημα:

$$C = F + 2Q \Rightarrow VC = 2Q$$



Το λειτουργικό κέρδος δίνεται από την διαφορά τους, όπως στο επόμενο γράφημα:



$$V\Pi = R - VC = (8Q - 2Q^2) - (2Q) = 2Q(3 - Q)$$

Η παραγωγή είναι συμφέρουσα επειδή το λειτουργικό κέρδος έχει και γνήσια θετικές τιμές, με μέγιστο στο ενδιάμεσο μεταξύ των δύο μηδενικών, επειδή είναι παραβολική συνάρτηση:

$$q = 3/2 \Rightarrow \max V\Pi = 2q(3 - q) = 9/2$$

Θα είναι και κερδοφόρος αν το σταθερό κόστος είναι μικρότερο:

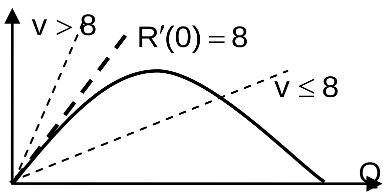
$$F < 9/2$$

Παρατήρηση. Θεωρούμε τώρα την ίδια συνάρτηση εσόδου, με συνάρτηση κόστους την γενική γραμμική:

$$C = F + vQ \Rightarrow VC = vQ$$

όπου v είναι το σταθερό μοναδιαίο κόστος. Το αρχικό οριακό έσοδο είναι:

$$R'(0) = 8$$



Διαπιστώνουμε γραφικά ότι η παραγωγή θα είναι συμφέρουσα αν το μοναδιαίο κόστος είναι γνήσια μικρότερο:

$$v < R'(0) = 8$$

διότι τότε η ευθεία του μεταβλητού κόστους περνάει γνήσια κάτω από την συνάρτηση εσόδου. Αντίθετα θα είναι μη συμφέρουσα αν είναι μεγαλύτερο, οπότε το μεταβλητό κόστος θα είναι πάντα μεγαλύτερο από το έσοδο.

▲