Υπόδειγμα Barro-Gordon

Δύο «παίκτες»:

<u>Εργαζόμενοι</u> (wage setters)

Διαμορφώνουν τις προσδοκίες τους για τον πληθωρισμό π^e

<u>Κεντρική Τράπεζα</u>

Καθορίζει το επίπεδο του πληθωρισμού

Κριτήριο απόφασης:

$$\min_{\pi} L(u, \pi) = u^2 + \gamma \pi^2$$

s.t.

AS-Καμπύλη Phillips: $u = \bar{u} - a(\pi - \pi^e)$

A. Πολιτική Κανόνων (Fixed Rule) – Παίγνιο Συνεργασίας (Cooperative - Stackelberg Game)

I. <u>Κεντρική Τράπεζα</u>: Ανακοινώνει $\pi = \tilde{\pi}$

II. <u>Εργαζόμενοι</u>: Πιστεύουν την ανακοίνωση της ΚΤ, $\pi^e = \tilde{\pi}$

Καμπύλη Phillips: $u = \bar{u} - a(\pi - \pi^e) \Leftrightarrow \left\{ \pi = \tilde{\pi} = \pi^e \right\} \Leftrightarrow u = \bar{u}$

Αριστη πολιτική: $\tilde{\pi} = 0$

$$\min_{\pi} L(u,\pi) = u^2 + \gamma\pi^2$$

s.t.

$$u = \bar{u}$$

Αντικαθιστώ τον περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση:

$$\min_{\pi} L(u,\pi) = \bar{u}^2 + \gamma\pi^2$$

FOC

$$\frac{dL}{d\pi} = 0 \Leftrightarrow 2\gamma\pi = 0 \Leftrightarrow \tilde{\pi} = 0$$

Β. «Διακριτική» Πολιτική (Discretion) – Ισορροπία Nash

I. <u>Εργαζόμενοι</u> (wage setters)

Διαμορφώνουν τις προσδοκίες τους για τον πληθωρισμό π^e θεωρώντας ως δεδομένη την συμπεριφορά της ΚΤ (π)

$$\min_{\pi^e} (\pi - \pi^e)^2$$

FOC

$$2(\pi - \pi^e)(-1) = 0 \Leftrightarrow \pi^e = \pi$$

Συνάρτηση Αντίδρασης (Reaction Function) Εργαζομένων:

$$\pi^e = \pi$$

II. Κεντρική Τράπεζα

Καθορίζει το επίπεδο του πληθωρισμού, θεωρώντας ως δεδομένη την συμπεριφορά των εργαζομένων (π^e)

$$\min_{\pi} L(u,\pi) = u^2 + \gamma\pi^2$$

s.t. AS-Καμπύλη Phillips $u = \bar{u} - a(\pi - \pi^e)$

Αντικαθιστώ τον περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση:

$$\min_{\pi} L(u,\pi) = \left[\bar{u} - a(\pi - \pi^e)\right]^2 + \gamma\pi^2$$

FOC

$$\frac{dL}{d\pi} = 0 \Leftrightarrow 2\left[\bar{u} - a(\pi - \pi^e)\right](-a) + 2\gamma\pi = 0 \Leftrightarrow \left[\bar{u} - a(\pi - \pi^e)\right]a = \gamma\pi \Leftrightarrow \left[\bar{u} - a\pi + a\pi^e\right]a = \gamma\pi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a\bar{u} - a^2\pi + a^2\pi^e = \gamma\pi \Leftrightarrow \gamma\pi + a^2\pi = a\bar{u} + a^2\pi^e \Leftrightarrow (\gamma + a^2)\pi = a\bar{u} + a^2\pi^e \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \pi = \frac{a\bar{u} + a^2\pi^e}{\gamma + a^2}$$ (Συνάρτηση Αντίδρασης ΚΤ)

Συνάρτηση Αντίδρασης (Reaction Function) Εργαζομένων:

$$\pi^e = \pi \qquad (1)$$

Συνάρτηση Αντίδρασης ΚΤ:

$$\pi = \frac{a\bar{u} + a^2\pi^e}{\gamma + a^2} \qquad (2)$$

Από (1) και AS-Καμπύλη Phillips:

$$u = \bar{u}$$

Από (1) και (2):

$$\pi = \frac{a\bar{u} + a^2\pi}{\gamma + a^2} \Leftrightarrow \pi(\gamma + a^2) = a\bar{u} + a^2\pi \Leftrightarrow \pi(\gamma + a^2) - a^2\pi = a\bar{u} \Leftrightarrow \pi\gamma = a\bar{u} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \pi = \frac{a\bar{u}}{\gamma} > 0$$

Γ. Σύγκριση Α-Β / Πολιτική Κανόνων (Cooperative) - Διακριτική Πολιτική (Nash)

Α. Πολιτική Κανόνων (Cooperative)

$$u = \bar{u}$$

$$\pi = 0$$

Β. Διακριτική Πολιτική (Nash)

$$u = \bar{u}$$

$$\pi = \frac{a\bar{u}}{\gamma} > 0$$

Η Πολιτική Κανόνων προτιμότερη

Όμως

Δεν ειναι χρονικά συνεπής (time consistent)

Η ΚΤ έχει κίνητρο να εξαπατήσει τους εργαζόμενους

Δ. Το πρόβλημα της χρονικής ασυνέπειας – Λύση «Εξαπάτησης» (Cheating Solution)

I. Η ΚΤ ανακοινώνει $\pi = 0$

II. Οι εργαζόμενοι την πιστεύουν: $\pi^e = 0$

III. Η ΚΤ έχει κίνητρο να υπαναχωρήσει και αντί για μηδενικό πληθωρισμό να επιβάλει εκ των υστέρων (ενώ δηλαδή οι εργαζόμενοι την έχουν πιστέψει ότι ο πληθωρισμός θα είναι μηδενικός), $\pi = \pi^c > 0$.

Γιατί;

Σε αυτήν την περίπτωση της «εξαπάτησης» (cheating), η AS-Καμπύλη Phillips γίνεται:

$$u = \bar{u} - a(\pi - \pi^e) \Leftrightarrow \left\{ \pi^e = 0, \pi = \pi^c > 0 \right\} \Leftrightarrow u = \bar{u} - a(\pi^c - 0) \Leftrightarrow \bar{u} - a\pi^c < \bar{u}$$

Δηλαδή, σκεπτόμενη καλοπροαίρετα, η κεντρική τράπεζα συνειδητοποιεί ότι με αυτην της την «εξαπάτηση», μπορεί να μειώσει την ανεργία κάτω από το φυσικό της επίπεδο. Ετσι, επιλέγοντας κατάλληλα την τιμή του πληθωρισμού, μπορεί να οδηγήσει σε ακόμη χαμηλότερη απώλεια κοινωνικής ευημερίας.

Ποιά είναι η άριστη τιμή του π^c;

$$\min_{\pi} L(u,\pi) = u^2 + \gamma\pi^2$$

s.t.

$$\left.\begin{aligned} u = \bar{u} - a(\pi - \pi^e) \\ \pi^e = 0 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow u = \bar{u} - a\pi$$

Αντικαθιστώ τον περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση:

$$\min_{\pi} L(u,\pi) = (\bar{u} - a\pi)^2 + \gamma\pi^2$$

FOC

$$\frac{dL}{d\pi} = 0 \Leftrightarrow 2(\bar{u} - a\pi)(-a) + 2\gamma\pi = 0 \Leftrightarrow (\bar{u} - a\pi)a = \gamma\pi \Leftrightarrow a\bar{u} - a^2\pi = \gamma\pi \Leftrightarrow a^2\pi + \gamma\pi = a\bar{u} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + \gamma)\pi = a\bar{u} \Leftrightarrow \pi = \frac{a\bar{u}}{a^2 + \gamma}$$

Αρα

$$\pi^c = \frac{a\bar{u}}{a^2 + \gamma} \quad > \quad \pi^e = 0$$

Η απώλεια ευημερίας στην περίπτωση της εξαπάτησης (cheating) είναι:

$$\left\{ \pi^c = \frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma} > 0 \quad \text{αλλά} \quad u = \bar{u} - a\frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma} < \bar{u} \right\}$$

$$L^c = \left(\bar{u} - a\pi^c\right)^2 + \gamma\left(\pi^c\right)^2 = \left(\bar{u} - a\frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma}\right)^2 + \gamma\left(\frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma}\right)^2 =$$

$$= \left(\bar{u}\right)^2 + a^2\left(\frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma}\right)^2 - 2\bar{u}a\frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma} + \gamma\left(\frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma}\right)^2 =$$

$$= \left(\bar{u}\right)^2 + (a^2+\gamma)\left(\frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma}\right)^2 - 2\bar{u}a\frac{a\bar{u}}{a^2+\gamma} = \left(\bar{u}\right)^2 + (a^2+\gamma)\frac{(a\bar{u})^2}{(a^2+\gamma)^2} - 2\frac{(a\bar{u})^2}{a^2+\gamma} =$$

$$= \left(\bar{u}\right)^2 + \frac{(a\bar{u})^2}{a^2+\gamma} - 2\frac{(a\bar{u})^2}{a^2+\gamma} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L^c = \left(\bar{u}\right)^2 - \frac{(a\bar{u})^2}{a^2+\gamma}$$

Η απώλεια ευημερίας στην περίπτωση Α (πολιτική κανόνων) είναι:

$$L^R = \left(\bar{u}\right)^2$$

Η απώλεια ευημερίας στην περίπτωση της εξαπάτησης (cheating) είναι:

$$L^c = \left(\bar{u}\right)^2 - \frac{(a\bar{u})^2}{a^2 + \gamma}$$

Συνεπώς

$$L^R > L^c$$

Η ΚΤ έχει κίνητρο «για το καλό της οικονομίας» να εξαπατήσει τους εργαζόμενους

Ε. Υλοποίηση στην πράξη της συνεργατικής λύσης

Ι. Η λύση του «συντηρητικού» κεντρικού τραπεζίτη

Ο πληθωρισμός όταν ασκείται διακριτική πολιτική είναι

$$\pi^d = \frac{a\overline{u}}{\gamma} > 0$$

Η μόνη περίπτωση να επιτευχθεί ίδιος πληθωρισμός με την περίπτωση που ασκείται πολιτική κανόνων είναι όταν $\gamma \to \infty$. Οταν δηλαδή η ΚΤ απεχθάνεται πολύ τον πληθωρισμό.

$$\lim_{\gamma \to \infty} \pi^d = \lim_{\gamma \to \infty} \frac{a\overline{u}}{\gamma} = 0$$

ΙΙ. Μηχανισμοί δέσμευσης

Ενδογενείς (επανάληψη, αξιοπιστία) / Εξωγενείς (θεσμοί, π.χ ΟΝΕ).

Συνοψίζοντας

Εργαζόμενοι / ΚΤ	**C**	**N**
C	$\pi^e = \pi^r = 0$ $u = \bar{u}$	---
N	$\pi^e = 0, \quad \pi^c > 0$ $u < \bar{u}$	$\pi^e = \pi^d = \dfrac{a\bar{u}}{\gamma} > 0$ $u = \bar{u}$

CC Ex ante κανόνας. Η καλύτερη λύση. Δεν αποτελεί ισορροπία λόγω χρονικής ασυνέπειας

NC Εξαπάτηση. «Αποτελεσματική» μία φορά μόνο. Δημιουργείται πρόβλημα αξιοπιστίας

CN Δεν την εξετάζουμε. (Οι εργαζόμενοι δεν λειτουργούν στρατηγικά εδώ)

NN Διακριτική πολιτική (Nash). Ισορροπία

ΣΤ. Στρατηγικές τύπου "trigger"

Παίκτης Α / Παίκτης Β	**C**	**N**
C	(10,10)	(15,0)
N	(0,15)	(5,5)

Απόδοση όταν το παίγνιο επαναλαμβάνεται άπειρες φορές:

$$10(1+\delta+\delta^2+\ldots) > 5(1+\delta+\delta^2+\ldots)$$

$$\delta = 0.9$$

$$\frac{10}{1-\delta} = 100 > \frac{5}{1-\delta} = 50$$

ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ

	0	1	2	3	$\ldots$	$t-1$	t	$t+1$	$\ldots$
A	10	10	10	10		10	10	10	
B	10	10	10	10		10	10	10	

NASH

	0	1	2	3	$\ldots$	$t-1$	t	$t+1$	$\ldots$
A	5	5	5	5		5	5	5	
B	5	5	5	5		5	5	5	

TRIGGER STRATEGY

	0	1	2	3	$\ldots$	$t-1$	t	$t+1$	$\ldots$
A	10	10	10	10		10	15	5	
B	10	10	10	10		10	0	5	
	1	δ	δ^2	δ^3		δ^{t-1}	δ^t	δ^{t+1}	

Απόδοση (payoff) Παίκτη Α

TRIGGER STRATEGY

$$(1+x+x^2+\ldots+x^n)=\frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

$$|x|<1, \quad n\to\infty$$

$$(1+x+x^2+\ldots)=\lim_{n\to\infty}\frac{1-x^{n+1}}{1-x}=\frac{1}{1-x}$$

$$A_{TR}=(1+\delta+\delta^2+\ldots+\delta^{t-1})10+\delta^t 15+(\delta^{t+1}+\delta^{t+1}+\ldots)5=$$

$$=(1+\delta+\delta^2+\ldots+\delta^{t-1})10+\delta^t 15+\delta^{t+1}(1+\delta+\delta^2\ldots)5=$$

$$=\frac{1-\delta^t}{1-\delta}10+\delta^t 15+\frac{\delta^{t+1}}{1-\delta}5$$

Trigger Strategy: $$A_{TR} = \frac{1-\delta^t}{1-\delta}10 + \delta^t 15 + \frac{\delta^{t+1}}{1-\delta}5$$

Cooperation: $$A_C = \frac{1}{1-\delta}10$$

Nash: $$A_N = \frac{1}{1-\delta}5$$

Ο Παίκτης Α θα προτιμήσει στρατηγική συνεργασίας αντί trigger strategy αν $A_{TR} < A_C$

$$A_{TR} = \frac{1-\delta^t}{1-\delta}10 + \delta^t 15 + \frac{\delta^{t+1}}{1-\delta}5 < A_C = \frac{1}{1-\delta}10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\delta^t}{1-\delta}10 + \delta^t 15 + \frac{\delta^{t+1}}{1-\delta}5 < \frac{1}{1-\delta}10 \Leftrightarrow \frac{1-\delta^t-1}{1-\delta}10 + \delta^t 15 + \frac{\delta^{t+1}}{1-\delta}5 < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\delta^{t}-1}{1-\delta}10+\delta^{t}15+\frac{\delta^{t+1}}{1-\delta}5<0 \Leftrightarrow \frac{\delta^{t}}{1-\delta}[-10+(1-\delta)15+5\delta]<0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -10+(1-\delta)15+5\delta<0 \Leftrightarrow -10+15-15\delta+5\delta<0 \Leftrightarrow -10\delta+5<0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10\delta>5 \Leftrightarrow \delta>\frac{5}{10}$$

Αν $\delta > 0.5$ 0 Παίκτης Α θα προτιμήσει στρατηγική συνεργασίας