

ΠΜΣ στην Χρηματοοικονομική και Τραπεζική για Στελέχη

Στέλιος Αρβανίτης

Περαιτέρω Ενδεικτικές Ασκήσεις

1. Έστω $\mu_x, \mu_y = 0$ καθώς και ότι $ES_x(0.1) = 0.2$ και $VaR_y(0.12) = 0.3$. Ποιά είναι η βέλτιστη επιλογή μεταξύ των x, y για $\alpha = 0.12$ βάσει του VaR^* και γιατί;
2. Για την προηγούμενη άσκηση, ποιά είναι η βέλτιστη επιλογή μεταξύ των x, y για $\alpha = 0.1$ βάσει του ES και γιατί;
3. Έστω $x \sim N(0, 1.1)$ και $y \sim N(0, 1.2)$. Ποιά είναι η βέλτιστη επιλογή μεταξύ των x, y για $\alpha = 0.12$ βάσει του VaR^* και γιατί; Ποιά είναι η βέλτιστη επιλογή μεταξύ των x, y για $\alpha = 0.1$ βάσει του ES και γιατί;

4. Έστω ότι

$$q_x(\alpha) = \begin{cases} -2, & 0 < \alpha \leq 0.11 \\ 2, & 0.11 < \alpha < 1 \end{cases}$$

και

$$q_y(\alpha) = \begin{cases} -1, & 0 < \alpha \leq 0.10 \\ 0.8, & 0.10 < \alpha < 1 \end{cases}.$$

Ποιά είναι η βέλτιστη επιλογή μεταξύ των x, y για $\alpha = 0.12$ βάσει του ES και γιατί; Ποιά είναι η βέλτιστη επιλογή μεταξύ των x, y για $\alpha = 0.05$ βάσει του VaR και γιατί;

5. Έστω ότι

$$q_x(\alpha) = q_y(\alpha) = \begin{cases} -10, & 0 < \alpha \leq 0.09 \\ 2, & 0.09 < \alpha < 1 \end{cases}$$

και

$$q_{x+y}(\alpha) = \begin{cases} -20, & 0 < \alpha \leq 0.0081 \\ -8, & 0.0081 < \alpha \leq 0.1638 \\ 4, & 0.1638 < \alpha < 1 \end{cases}.$$

Χρησιμοποιώντας το παραπάνω και επιλέγοντας $\alpha = 0.1$, να δείξετε ότι το VaR δεν ικανοποιεί την ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας (subadditivity). Να δείξετε ότι για το ίδιο α το ES την ικανοποιεί. Ποιά είναι η βέλτιστη επιλογή μεταξύ των $x, x + y$ για $\alpha = 0.1$ βάσει του ES και γιατί;

6. Παραθέστε ένα επιχειρήμα υπέρ της χρήσης της ιδιότητας της υπο-προσθετικότητας από ρυθμιστικές αρχές και ένα κατά της χρήσης της υπο-προσθετικότητας, π.χ. ως προς την οπτική των συγχωνεύσεων.

Υποδείξεις

1. Αν $\alpha \in (0, 1)$, $VaR_x(\alpha) := -q_x(\alpha)$, $VaR_x^*(\alpha) := \mu_x - q_x(\alpha) = \mu_x + VaR_x(\alpha)$,
 $ES_x(\alpha) := \frac{-1}{\alpha} \int_0^\alpha q_x(u) du = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha VaR_x(u) du$, $ES_x^*(\alpha) := \mu_x + ES_x(\alpha)$.
2. Αν $\alpha_1 < \alpha_2$ τότε $VaR_x(\alpha_1) \geq VaR_x(\alpha_2)$ και $ES_x(\alpha_1) \geq ES_x(\alpha_2)$.
3. Αν $\alpha \in (0, 1)$ τότε $VaR_x(\alpha) \leq ES_x(\alpha)$.
4. Δείτε π.χ. στις <http://www.bis.org/bcbs/ca/acertasc.pdf>
και https://www.math.ust.hk/~maxhpeng/KOU_hkpv1.pdf.