

(κάθε άλλη λύση επιβλημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή). Οι λύσεις είναι οι εξής:

Θ.1 | Βλ. Θ.1 της εξέτασης της 30/05/2019 και τη λύση του.

Θ.2 | (Πρόκειται για την άσκηση 3 του κεφαλαίου 5)

(i). Βλ. τη λύση στις βελ. 460-461 του βιβλίου.

(ii). Δεδομένου ότι δεν έχουμε πίνακες της κανονικής κατανομής για να βρούμε την τιμή  $\Phi(z)$ , βλεπόμενα ως εξής: σε μια κανονική κατανομή γνωρίζουμε ότι στο διάστημα των παρατηρήσεων, όπου  $\mu$  η μέση τιμή (εδώ  $\mu=20$ ) και  $\sigma$  η τυπική απόκλιση (εδώ  $\sigma=5$ ) από το προκύψον ερώτημα)

(βλ. βιμπλιόθεκη θεωρίας για την κανονική κατανομή). Άρα λοιπόν στο διάστημα  $(20-3\cdot 5, 20+3\cdot 5) = (5, 35)$  βρίσκεται το 99,7% των καθυστερημένων πτήσεων και συνεπώς έξω από το διάστημα αυτό θα βρίσκεται το υπό-

λοιπο 0,30% των καθυστερημένων πτυχέων.<sup>(2)</sup>  
Λόγω τώρα βυρηνείας της κανονικής κατανομής περί του μέσο της, καθυστερήσει μεθαυριότερα των 35 μην αναμένεται να έχει το  $\frac{0,30\%}{2} = 0,15\%$  των πτυχέων.

Θ.3 | (Πρόκειται για διάβηχα εμπιστοσύνης ποσοστό. Το θέμα αυτό παρουσιάζει ομοιότητα με την άσκηση 1 του κεφαλαίου 6 του βιβλίου).

(i) Έχουμε ότι  $\alpha = 0,10$  (δεδομένου ότι το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι 90%) και άρα  $\frac{\alpha}{2} = \frac{0,10}{2} = 0,05$ . Επειδή το  $p$  είναι άγνωστο θεωρούμε προωρινά ότι  $p = 0,50$ . Επομένως  $n = \frac{z_{0,05}^2 \cdot 0,50 \cdot (1-0,50)}{0,02^2} \approx 1692$  άτομα.

(ii) Έστω  $\alpha = 5\% = 0,05$  και άρα  $\frac{\alpha}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,025$  απ' όπου  $z_{\alpha/2} = z_{0,025} = 1,96$ . Επιπλέον  $n = 1000$  και  $\hat{p} = \frac{400}{1000} = 0,4$ . Με χρήση του τυπολογίου υπολογίζουμε το

Ζητούμενο δ.ε. ως  $(0,4 - 1,96 \cdot e, 0,4 + 1,96 \cdot e)$ , όπου  $e = s_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0,4 \cdot 0,6}{1000}}$

$\approx 0,02$  δεδομένου ότι μας ζητείται ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων. Άρα το ζητούμενο διάστημα είναι το  $(0,4 - 1,96 \cdot 0,02, 0,4 + 1,96 \cdot 0,02) \approx (0,36, 0,44)$ .

Η πιθανότητα το παραπάνω διάστημα να περιέχει το πραγματικό ποσοστό  $p$  είναι εξ'ορισμού ίση με 95% δηλ. όλο το επίπεδο εμπιστοσύνης. Το μέγεθος του βφαλαμού βίνυ περιπτώσει αυτή ισούται με  $e = 0,02 = 2\%$ .