

## ΟΔΗΓΟΣ ΜΕΛΕΤΗΣ 5

(Οι παράγραφοι και οι σελίδες αντιστοιχούν στην τελευταία 4η έκδοση του βιβλίου του μαθήματος)

### ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 6

- 1) Να περιγράψουμε τις βασικές ιδιότητες των εκτιμήσεων που προκύπτουν από δείγματα παρατηρήσεων.
- 2) Να παρουσιάσουμε την έννοια των δειγματοληπτικών σφαλμάτων και να εξηγήσουμε πώς καταλήγουμε σε συμπεράσματα για τον πληθυσμό με βάση τις εκτιμήσεις του δείγματος.
- 3) Να δούμε πώς προσδιορίζεται το μέγεθος του δείγματος που απαιτείται για να εξασφαλίσουμε την επιθυμητή ακρίβεια.

### ΘΕΩΡΙΑ

Παράγραφοι 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 στις σελ. 126-139 (όχι τις παραγράφους 6.5, 6.6), σημειώσεις του διδάσκοντα (eclass).

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΟΥ ΛΥΘΗΚΑΝ

Τα λυμένα παραδείγματα που διδάχθηκαν στην τάξη και περιέχονται στις σημειώσεις του διδάσκοντα.

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. (i) Να δώσετε τον ορισμό ενός  $100(1-\alpha)\%$  διαστήματος εμπιστοσύνης για μια πληθυσμιακή παράμετρο  $\theta$ .  
(ii) Πώς ορίζεται το  $100(1-\alpha)\%$  κάτω όριο εμπιστοσύνης και πώς το  $100(1-\alpha)\%$  άνω όριο εμπιστοσύνης για την πραγματική ή αληθινή (πληθυσμιακή) παράμετρο  $\theta$ ; Ποιό είναι το σφάλμα της εκτίμησης;
2. (i) Τι ονομάζεται πιθανότητα σφάλματος και τι συντελεστής ή επίπεδο εμπιστοσύνης στην εκτίμηση ενός διαστήματος εμπιστοσύνης;  
(ii) Ποιά η σχέση ανάμεσα στην πιθανότητα σφάλματος και στον συντελεστή εμπιστοσύνης;

(iii) Ποιά είναι η πιθανοθεωρητική ερμηνεία του συντελεστή εμπιστοσύνης και ποιά η αντίστοιχη πιθανοθεωρητική ιδιότητα του διαστήματος εμπιστοσύνης;

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

A. ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΙΑΚΟ ΜΕΣΟ  $\mu$  ΜΕ ΓΝΩΣΤΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ  $\sigma^2$  (ΚΑΝΟΝΙΚΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ)

1. Ένας φοιτητής διεξάγει έρευνα για το μέσο επίπεδο των ετήσιων αμοιβών των εργαζομένων σε μια χρηματιστηριακή εταιρία. Για τον λόγο αυτό επισκέπτεται τον διευθυντή προσωπικού της εταιρίας ο οποίος και του αποκαλύπτει μόνο την τυπική απόκλιση της κατανομής του πληθυσμού των μισθών  $\sigma=14.837$  ευρώ. Έτσι ο φοιτητής αποφασίζει να επιλέξει στην τύχη 40 εργαζομένους απ'όλα τα τμήματα της εταιρίας και υπολογίζει τον δειγματικό μέσο των ετήσιων αποδοχών τους  $\bar{x}=29.500$  ευρώ. Να υπολογισθεί ένα διάστημα τιμών στο οποίο θα βρίσκεται ο πραγματικός μέσος  $\mu$  των 190 ετήσιων μισθών όλων των εργαζομένων στην εταιρία με πιθανότητα 95%

2. Η μέση διάρκεια ζωής 100 ηλεκτρονικών λυχνιών που επιλέχθηκαν τυχαία από την γραμμή παραγωγής ενός εργοστασίου είναι  $\bar{x}=2.000$  ώρες. Αν είναι γνωστό ότι η διακύμανση  $\sigma^2$  των ωρών ζωής του πληθυσμού όλων των παραγόμενων λυχνιών είναι  $1.600$  ώρες<sup>2</sup>, να βρεθεί το διάστημα εμπιστοσύνης εντός του οποίου αναμένεται ότι θα βρίσκεται η αληθινή αλλά άγνωστη μέση διάρκεια ζωής του συνόλου των παραγόμενων λυχνιών με πιθανότητα 95%

B. ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΙΑΚΟ ΜΕΣΟ  $\mu$  ΜΕ ΑΓΝΩΣΤΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ  $\sigma^2$  (ΚΑΝΟΝΙΚΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ)

1. Από δείγμα 16 κουτιών ενός αναψυκτικού προέκυψε μέσο βάρος 480 gr με τυπική απόκλιση  $s=9$  gr. Να βρεθεί το διάστημα εμπιστοσύνης μέσα στο οποίο περιμένουμε ότι θα βρίσκεται το μέσο βάρος όλων των κουτιών με πιθανότητα 95%

2. Αναφερόμενοι στα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης, θεωρούμε τώρα ότι το δείγμα αποτελείται από 100 κουτιά. Να βρεθεί το αντίστοιχο 95% διάστημα εμπιστοσύνης.

3. Άσκηση 3 σελ. 143 βιβλίο.

Γ. ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΠΟΣΟΣΤΟΥ  $p$

1. Από δειγματοληπτική έρευνα σε 400 φοιτητές μιας σχολής διαπιστώθηκε ότι 230 από αυτούς παρακολουθούν τακτικά τα μαθήματά τους. Να βρεθεί με πιθανότητα σφάλματος 5% το διάστημα εμπιστοσύνης που θα περιέχει το πραγματικό ποσοστό των φοιτητών της σχολής που παρακολουθούν τακτικά τα μαθήματά τους.

2. Άσκηση 1 σελ. 143 βιβλίο

3. Άσκηση 2 σελ. 143 βιβλίο.