ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΟΔΗΓΟΥ ΜΕΛΕΤΗΣ 3 

(1) (ii) Άμεσα έχουμε ότι $\gamma = 100$ δεδομένου ότι έχουμε την στήλη των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων. Επιπλέον αφού $\delta = 6$ έχουμε ότι $\alpha = 50$. Για να υπολογίσουμε το $\beta$ θα σχηματίσουμε τη στήλη των σχετικών συχνοτήτων. Έχουμε:

| $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|
| 2 | 10% | 10% |
| 3 | 20% | 30% |
| 5 | 20% | 50% |
| 7 | $\varepsilon$% | $\beta$% |
| 9 | $\vartheta$% | 100% |

* $f_1 = F_1 = 10\%$
* $F_1 + f_2 = F_2 = 30\%$ $\Rightarrow 10\% + f_2 = 30\%$ $\Rightarrow f_2 = 20\%$
* $F_2 + f_3 = F_3 \Rightarrow$ $30\% + f_3 = 50\% \Rightarrow$ $f_3 = 20\%$

Έστω ότι $f_4 = \varepsilon\%$, $f_5 = \vartheta\%$. Επειδή $F_3 + f_4 = F_4 \Rightarrow f_4 = F_4 - F_3 = \beta\% - 50\% = (\beta - 50)\% = \varepsilon\%$. Όμοια, $F_4 + f_5 = F_5 \Rightarrow f_5 = F_5 - F_4 \Rightarrow f_5 = 100\% - \beta\% \Rightarrow \vartheta\% = (100 - \beta)\%$.

$\bar{x} = 5,5 = 2 \cdot 10\% + 3 \cdot 20\% + 5 \cdot 20\% + 7 \cdot (\beta - 50)\% + 9 \cdot (100 - \beta)\% \Rightarrow \beta\% = 90\% \Rightarrow \beta = 90$

(2) (i)

| $x_i$ | $\nu_i$ | $N_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | $a$ | $a$ | $a\%$ | $a\%$ |
| 1 | $a$ | $2a$ | $a\%$ | $2a\%$ |
| 2 | | | $\gamma\%$ | $80\%$ |
| 3 | | | $3\beta\%$ | |
| 4 | | 100 | $\beta\%$ | $100\%$ |

Παρατηρούμε ότι, με βάση τα δεδομένα της άσκησης, η αρχική μορφή του πίνακα συχνοτήτων είναι η παραπάνω.

$F_3 + f_4 + f_5 = F_5 = 100\% \Rightarrow 80\% + 3\beta\% + \beta\% = 100\% \Rightarrow 4\beta\% = 20\% \Rightarrow \beta\% = 5\%$. Άρα $F_4 = F_3 + f_4 = 80\% + 15\% = 95\%$. Έστω ότι $f_3 = \gamma\%$. Τότε $F_2 + f_3 = F_3 \Rightarrow 2a\% + \gamma\% = 80\%$ (1). Επιπλέον $\bar{x} = 1{,}65 \Rightarrow$

$0 \cdot a\% + 1 \cdot a\% + 2 \cdot \gamma\% + 3 \cdot 15\% + 4 \cdot 5\% = 1{,}65$

$\Rightarrow a\% + 2\gamma\% = 1{,}65 - 0{,}65 = 1 \Rightarrow$

$a\% + 2\gamma\% = 100\%$ (2). Οι (1), (2) αποτελούν 2×2 γραμμικό σύστημα ως προς α, β με λύση $\alpha = 20$, $\gamma = 40$. Έτσι ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων συμπληρώνεται ως ακολούθως:

| $x_i$ | $\nu_i$ | $N_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 20 | 20 | 20% | 20% |
| 1 | 20 | 40 | 20% | 40% |
| 2 | 40 | 80 | 40% | 80% |
| 3 | 15 | 95 | 15% | 95% |
| 4 | 5 | 100 | 5% | 100% |

---

3. (i) <u>Θέση</u> Παρατηρούμε ότι η διάμεσος $Q_2$ του πρώτου δείγματος είναι αισθητά μεγαλύτερη της αντίστοιχης διαμέσου του δεύτερου δείγματος. Μάλιστα είναι χαρακτηριστικό ότι $Q_2$ πρώτου δείγματος $= Q_3$ δεύτερου δείγματος.

<u>Διασπορά</u> Τα δύο δείγματα έχουν το ίδιο ενδοτεταρτημοριακό εύρος $Q_3 - Q_1$ δηλ. τα μεσαία 50% των παρατηρήσεων των δύο δειγμάτων έχουν το ίδιο εύρος τιμών. Το

πρώτο δείγμα έχει μεγαλύτερη διασπορά τιμών από το δεύτερο αφού η απόσταση ανάμεσα στις δύο απολήξεις για το πρώτο δείγμα είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη απόσταση για το δεύτερο δείγμα. Επιπλέον και στα δύο δείγματα το μικρότερο 50% των παρατηρήσεων εμφανίζει μικρότερη διασπορά σε σχέση με το μεγαλύτερο 50%, αφού η απόσταση ανάμεσα στην κάτω απόληξη και στη διάμεσο $Q_2$ είναι μικρότερη από την απόσταση ανάμεσα στη διάμεσο $Q_2$ και στην άνω απόληξη και για τα δύο δείγματα. Τέλος και τα δύο δείγματα παρουσιάζουν σχετική ομοιογένεια δεδομένου ότι δεν εμφανίζουν ακραίες παρατηρήσεις.

<u>Ασυμμετρία</u> Δεδομένου ότι η απόσταση μεταξύ $Q_1$ και $Q_2$ είναι μικρότερη της απόστασης μεταξύ $Q_2$ και $Q_3$ και για τα δύο δείγματα, αυτό σημαίνει ότι και τα δύο δείγματα παρουσιάζουν θετική ασυμμετρία δηλ. $\bar{x} > Q_2 = \delta$ δηλ. η καμπύλη συχνοτήτων εμφανίζει ουρά ή έλλειμμα στην περιοχή

των μεγάλων τιμών. Μάλιστα η ασυμμετρία του πρώτου δείγματος είναι λίγο μικρότερη από την ασυμμετρία του δεύτερου δείγματος. (Βλ. σχετικά και σελ. 73 βιβλίο, άσκ. 6 σελ. 75 βιβλίο, σελ. 18 συμπληρωματικές σημειώσεις κεφ. 3)

---

(5) (ii) Ισχύει ότι $\bar{x}_G = 1 + r_G$ όπου $\bar{x}_G$ ο (απλός) γεωμετρικός μέσος και $r_G$ η μέση ημερήσια ποσοστιαία μεταβολή της τιμής για την περίοδο των 10 ημερών. Έχουμε ότι:

Μετοχή Α

$$\bar{x}_G = \sqrt[9]{\frac{96}{92}} \simeq \sqrt[9]{1,0435} \simeq 1,0047 = 1 + r_G \Rightarrow$$

$r_G = 0,0047$ ή περίπου 0,5 %

Μετοχή Β

$$\bar{x}_G = \sqrt[9]{\frac{119}{127}} \simeq \sqrt[9]{0,9370} \simeq 0,9928 = 1 + r_G \Rightarrow$$

$r_G = -0,0072$ ή περίπου $-$ 0,72 %

(iii). Θα συγκρίνουμε τους συντελεστές μεταβλητότητας των τιμών των δύο μετοχών.

Μετοχή Α.

$\bar{x}_A = 94,10$, $s_A = 6,402$. Άρα

$$CV_A = \frac{s_A}{|\bar{x}_A|} \overset{\bar{x}_A>0}{=} \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{6,402}{94,10} \simeq 0,068$$ ή

6,8%.

## Μετοχή Β

$\bar{x}_B = 113,80$ , $s_B = 16,712$ και άρα

$$CV_B = \frac{s_B}{|\bar{x}_B|} \overset{\bar{x}_B>0}{=} \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{16,712}{113,80} \simeq 0,147$$

ή 14,7%.

Επειδή $CV_A < CV_B$, αυτό σημαίνει ότι σε σχέση με τη μέση τιμή της η μετοχή Α είναι λιγότερο ασταθής (εμφανίζει μικρότερη μεταβλητότητα) σε σχέση με τη μετοχή Β και άρα θεωρείται ασφαλέστερη επενδυτική επιλογή (έχει μικρότερο ρίσκο).