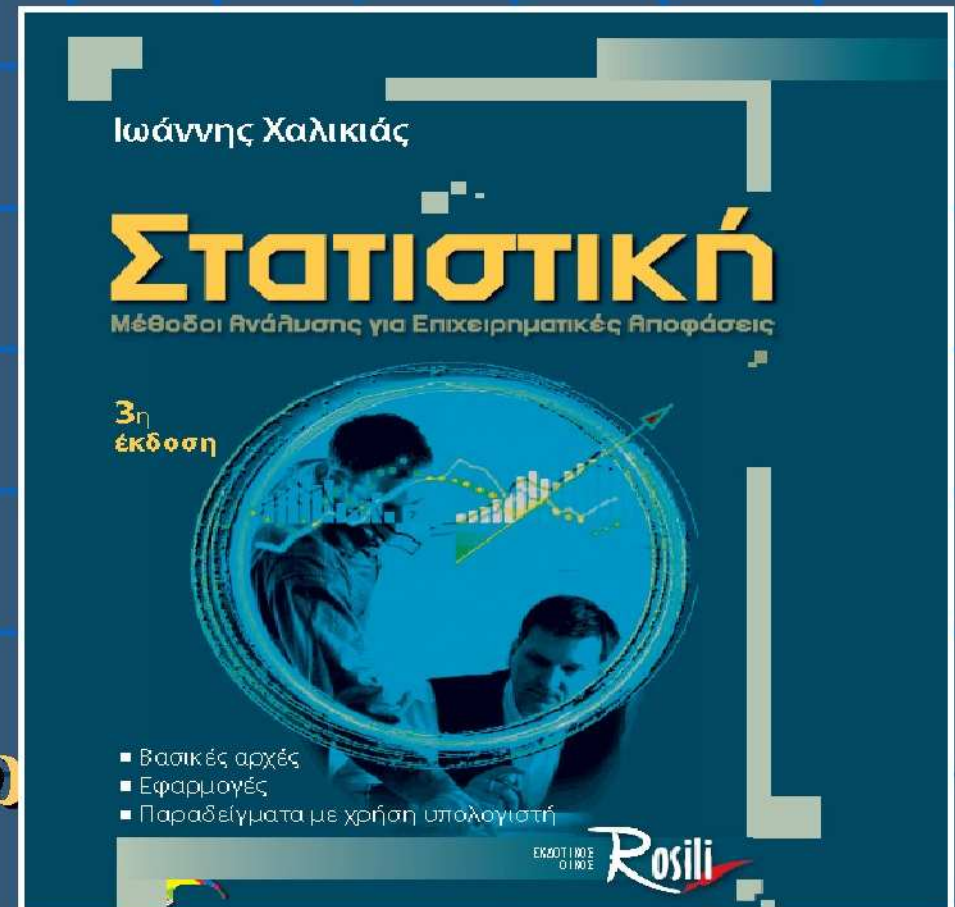


# ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

*Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς

## Κεφάλαιο 3

**Βασικά  
Χαρακτηριστικά  
Αριθμητικών Δεδομένων**



**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

*Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς

# Μέσος Αριθμητικός

## Αστάθμητος Μέσος αριθμητικός

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{X} = (11,340 + 11,448 + 11,664 + \dots + 79,650 + 97,200) / 190 = 27,189 \text{ χιλ. €}$$

## Σταθμικός Μέσος Αριθμητικός

$$\bar{X} = \frac{\bar{X}_1 n_1 + \bar{X}_2 n_2 + \dots + \bar{X}_k n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

$$\bar{X} = \bar{X}_1 (n_1/n) + \bar{X}_2 (n_2/n) + \dots + \bar{X}_k (n_k/n)$$

$$\text{όπου } n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^k X_i w_i \quad \text{όπου} \quad \sum_{i=1}^k w_i = 1$$

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς



## Πίνακας 3.0:

### Σταθμικός Μέσος Αριθμητικός

A/A	Κατηγορία Εργαζομένων	Αριθμός Εργαζομένων	Μέσες Αποδοχές (χιλ. Ευρώ)
1	Υπάλληλοι	80	20,168
2	Εκπαιδευόμενοι	58	20,759
3	Ασφάλεια	7	23,081
4	Πτυχιούχοι	20	43,956
5	Πτυχιούχοι με MBA	15	48,278
6	Αναλυτές	4	46,800
7	Προϊστάμενοι	6	66,045
	Σύνολο	190	

$$\bar{X} = \frac{\bar{X}_1 \cdot n_1 + \bar{X}_2 \cdot n_2 + \dots + \bar{X}_7 \cdot n_7}{n_1 + n_2 + \dots + n_7}$$

$$= (20,168 \cdot 80 + 20,759 \cdot 58 + \dots + 66,045 \cdot 6) / (80 + 58 + \dots + 6)$$

$$= 27,189 \text{ χιλ. €}$$

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς

## Πίνακας 3.1

### Εκτίμηση Μέσου Αριθμητικού Κατανομής Συχνοτήτων

Ετήσιος Μισθός (χιλ. Ευρώ)	Κεντρικός Ορος (X)	Εργαζόμενοι (Συχνότητα: f)	f X
6 - 12	9	4	36
12 - 18	15	47	705
18 - 24	21	68	1428
24 - 30	27	25	675
30 - 36	33	7	231
36 - 42	39	11	429
42 - 48	45	6	270
48 - 54	51	9	459
54 - 60	57	4	228
60 - 66	63	3	189
66 - 72	69	2	138
72 - 78	75	2	150
78 - 84	81	1	81
84 - 90	87	0	0
90 - 96	93	0	0
96 - 102	99	1	99
<b>Σύνολο</b>		<b>190</b>	<b>5.118</b>

$$\bar{X} = \Sigma f \cdot X / n = 5.118 / 190 = 26,937 \text{ χιλ. } \epsilon$$

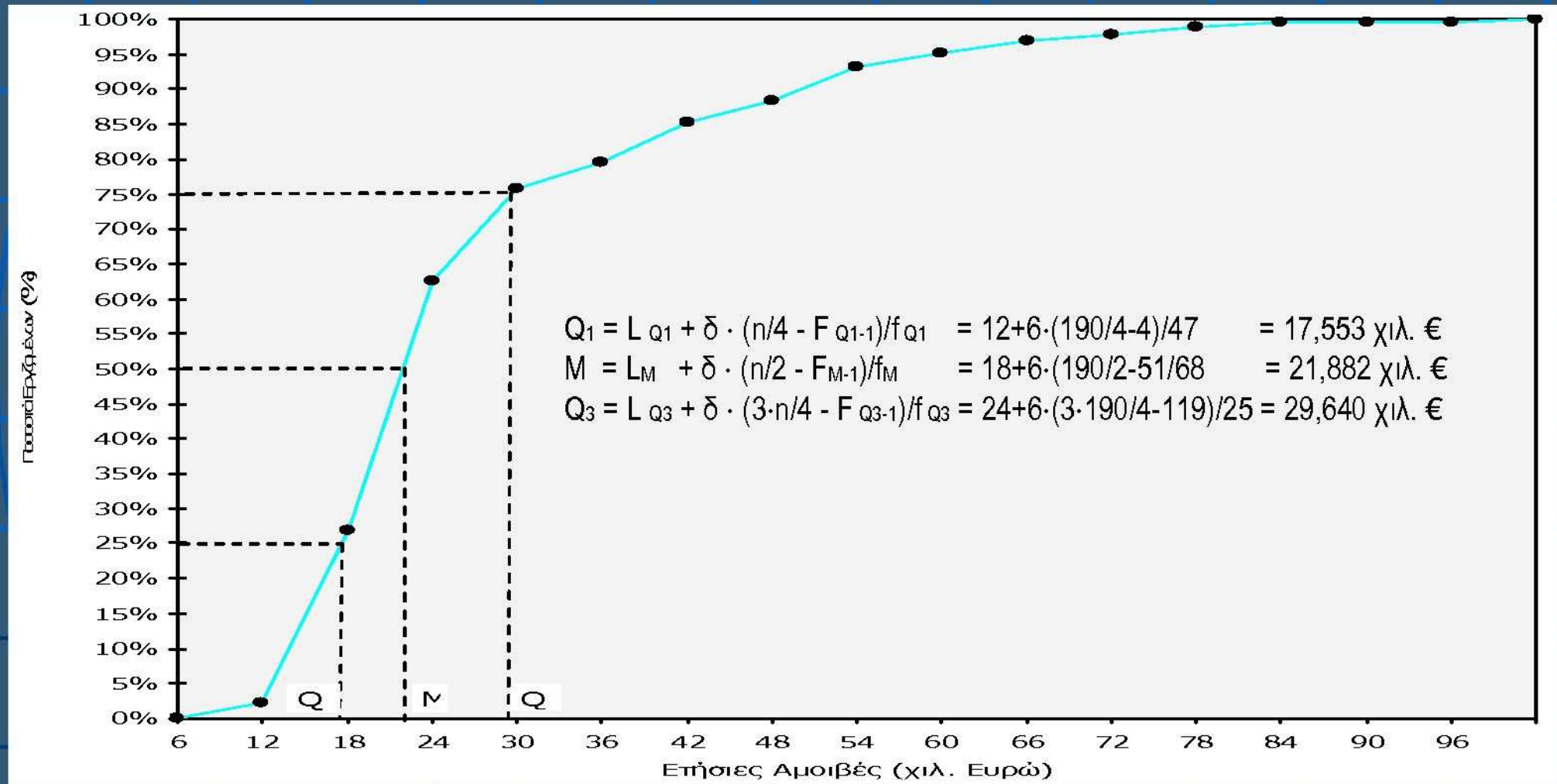
## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς



## Διάγραμμα 3.1

### Εκτίμηση της Διαμέσου και των Τεταρτημορίων με Γραμμική Παρεμβολή

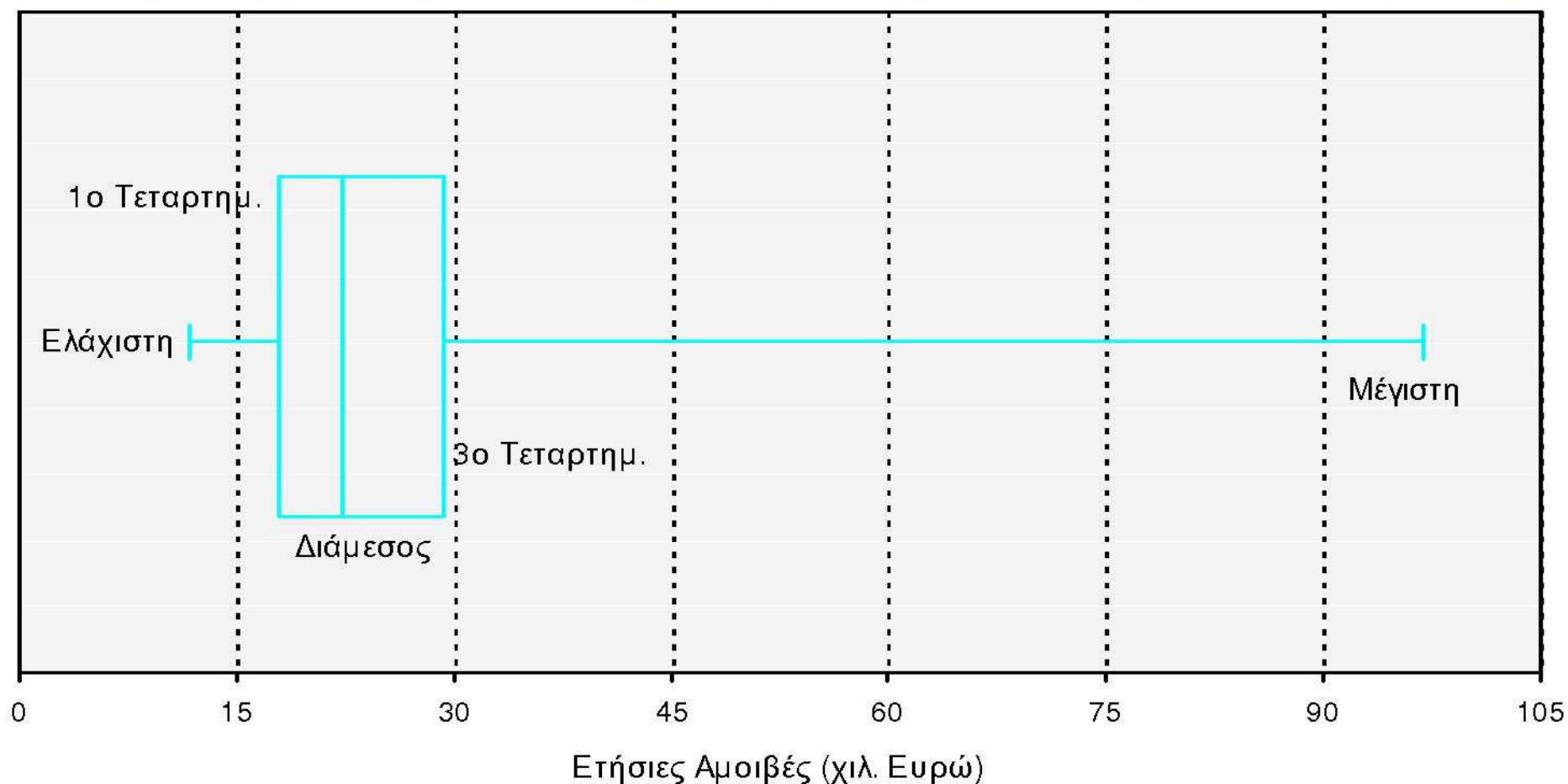


## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς

## Διάγραμμα 3.2

### Box and Whisker Διάγραμμα των Ετήσιων Αποδοχών



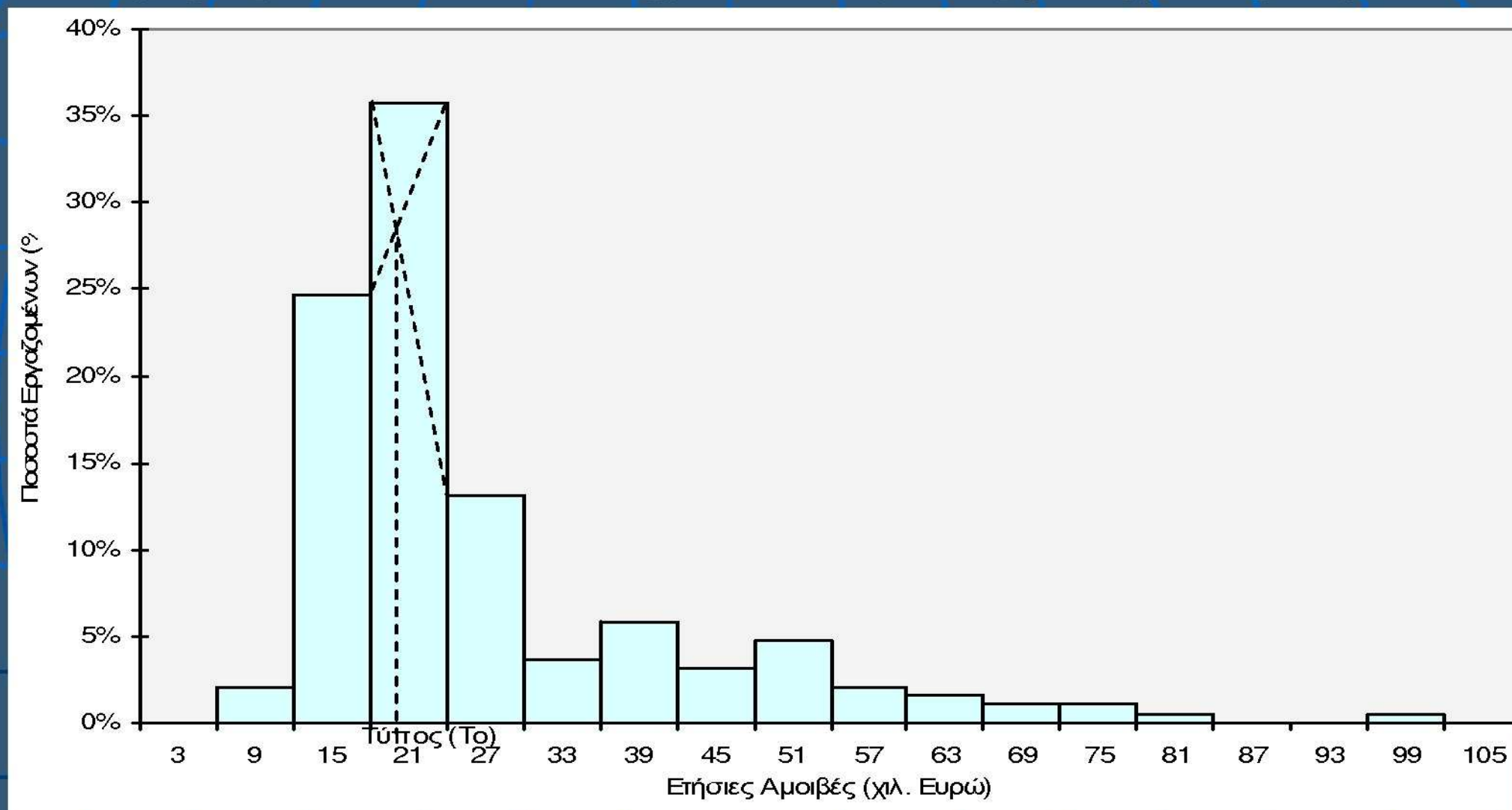
## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις

Ιωάννης Γ. Χαλικιάς

## Διάγραμμα 3.3

### Εκτίμηση του Τύπου (Σημείο Μέγιστης Συχνότητας)



## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις

Ιωάννης Γ. Χαλικιάς



# Μέτρηση της Διασποράς

- **Εύρος**

Το **εύρος** (**Range**) είναι η διαφορά μεταξύ της μεγαλύτερης ( $X_{max}$ ) και της μικρότερης τιμής ( $X_{min}$ ) των δεδομένων.

Επομένως, το εύρος των σημερινών μισθών του Πίνακα 2.2 είναι:

$$R = X_{max} - X_{min} = 97,200 - 11,340 = 85,860 \text{ χιλ. €}$$

Ενώ, για τους αρχικούς μισθούς το εύρος είναι:

$$R = X_{max} - X_{min} = 57,585 - 7,020 = 50,565 \text{ χιλ. €}$$

- **Τεταρτημοριακή Απόκλιση**

Υπολογίζεται από τη διαφορά μεταξύ 1ου και 3ου τεταρτημορίου. Δηλαδή, δείχνει το εύρος των τιμών που συγκεντρώνεται το μεσαίο (κεντρικό) 50% των παρατηρήσεων.

Η τεταρτημοριακή απόκλιση των σημερινών μισθών του Πίνακα 2.2 ισούται με:

$$QD = Q_3 - Q_1 = 29,025 - 17,604 = 11,421 \text{ χιλ. €}$$

Και για τους αρχικούς μισθούς η τεταρτημοριακή απόκλιση είναι:

$$QD = Q_3 - Q_1 = 13,905 - 9,207 = 4,698 \text{ χιλ. €}$$

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

*Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*  
*Ιωάννης Γ. Χαλικιάς*



## Πίνακας 3.2

### Εκτίμηση Διακύμανσης Κατανομής Συχνοτήτων

Ετήσιος Μισθός (χιλ. Ευρώ)	Κεντρικός Όρος (X)	Εργαζόμενοι (Συχνότ.: f)	(X-Mean)	(X-Mean)^2	f (X-Mean)^2
6 - 12	9	4	-17,937	321,730	1286,921
12 - 18	15	47	-11,937	142,488	6696,945
18 - 24	21	68	-5,937	35,246	2396,734
24 - 30	27	25	0,063	0,004	0,100
30 - 36	33	7	6,063	36,762	257,333
36 - 42	39	11	12,063	145,520	1600,718
42 - 48	45	6	18,063	326,278	1957,666
48 - 54	51	9	24,063	579,036	5211,320
54 - 60	57	4	30,063	903,793	3615,174
60 - 66	63	3	36,063	1300,551	3901,654
66 - 72	69	2	42,063	1769,309	3538,619
72 - 78	75	2	48,063	2310,067	4620,134
78 - 84	81	1	54,063	2922,825	2922,825
84 - 90	87	0	60,063	3607,583	0,000
90 - 96	93	0	66,063	4364,341	0,000
96 - 102	99	1	72,063	5193,099	5193,099
<b>Σύνολο</b>		<b>190</b>			<b>43.199,242</b>

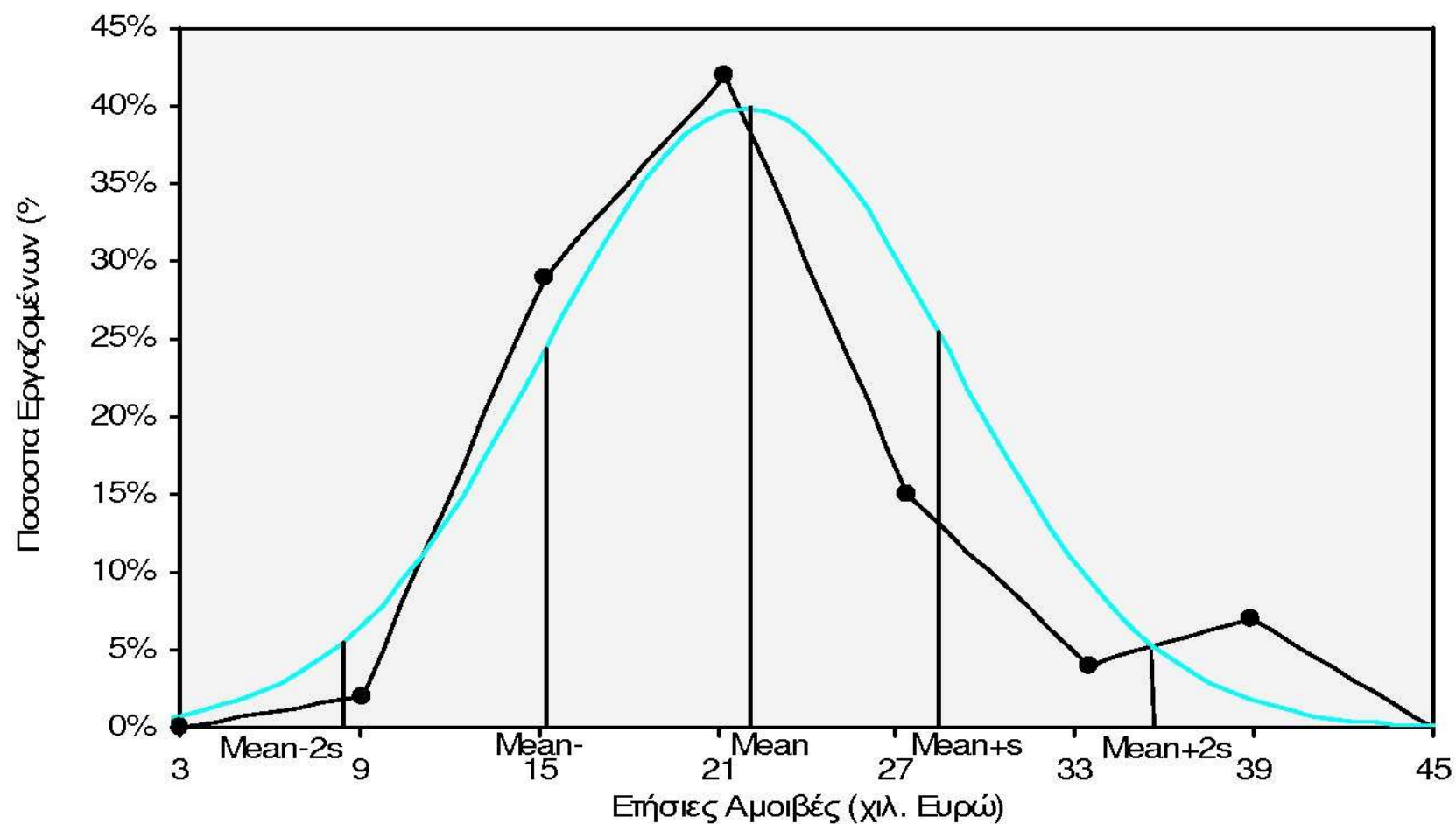
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} = \frac{43.199,242}{190 - 1} = 228,567 \text{ (χιλ. €)}^2, \quad s = \sqrt{s^2} = \sqrt{228,567} = 15,118 \text{ χιλ. €}$$

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς

## Διάγραμμα 3.4

### Συγκέντρωση Μισθών γύρω από το Μέσο Όρο



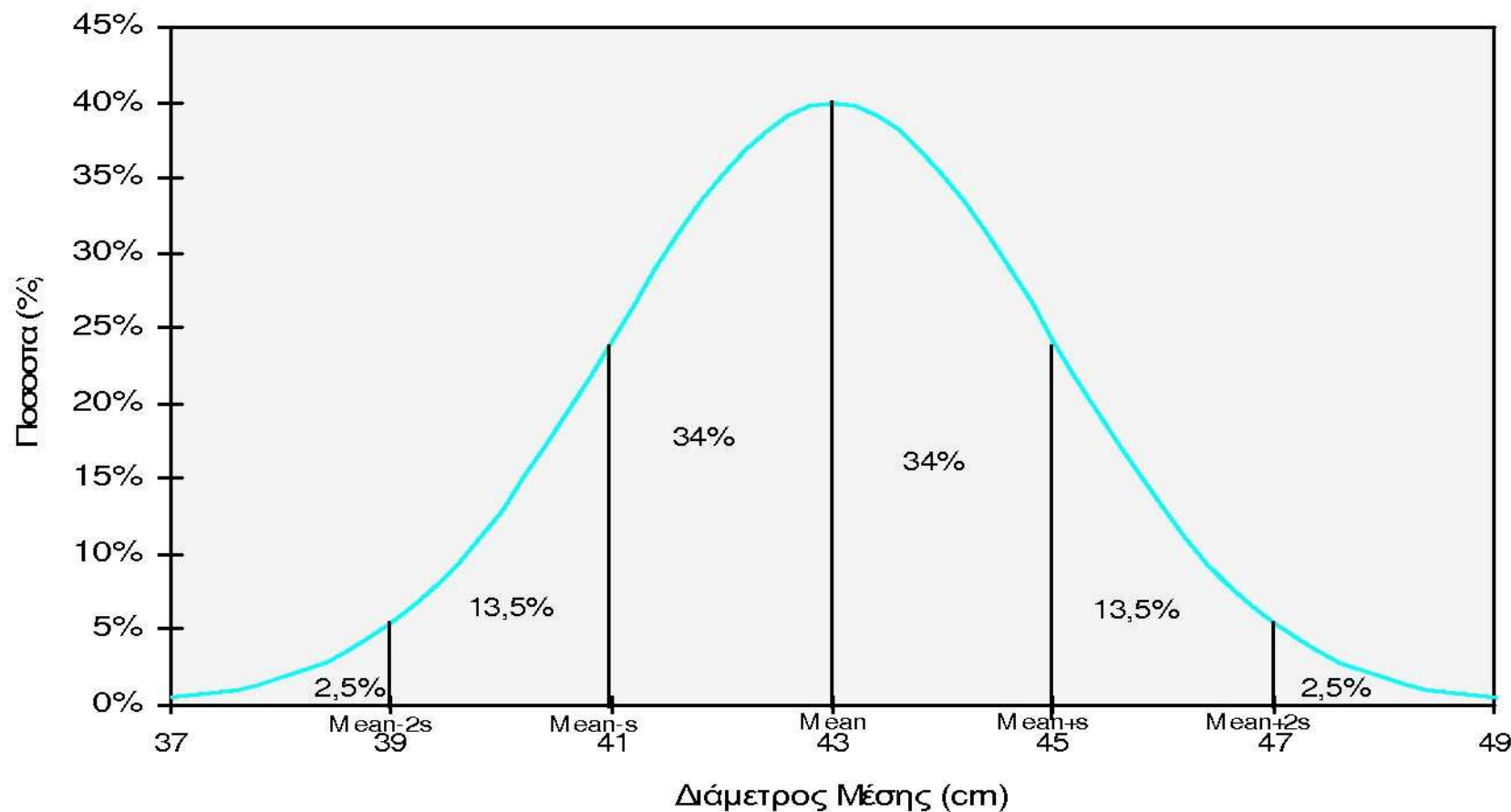
## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς



## Διάγραμμα 3.5

### Κατανομή Διαμέτρου Μέσης Ενήλικων Ανδρών



$\bar{X} = 43 \text{ cm}$  και  $s = 2 \text{ cm}$

**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς

# Συντελεστής Μεταβλητότητας

Ο συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation) αποτελεί σχετική μέτρηση της διασποράς, ισούται με:

$$CV = \left( \frac{s}{\bar{X}} \right)$$

και εκφράζεται ως ποσοστό επί τοις εκατό (%). Έτσι, ο λόγος της τυπικής απόκλισης (s) προς τον μέσο αριθμητικό ( $\bar{X}$ ) εκφράζει τη διασπορά γύρω από τον μέσο ως ποσοστό του μέσου αριθμητικού. Για παράδειγμα, ο συντελεστής μεταβλητότητας των σημερινών μισθών είναι:

$$CV = \left( \frac{s}{\bar{X}} \right) = (14,874 \text{ χιλ. €}) / (27,189 \text{ χιλ. €}) = 0,547 = 54,7\%$$

ενώ ο συντελεστής μεταβλητότητας των αρχικών μισθών ισούται με:

$$CV = \left( \frac{s}{\bar{X}} \right) = (7,215 \text{ χιλ. €}) / (13,336 \text{ χιλ. €}) = 0,541 = 54,1\%$$

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς



# Μέτρηση της Ασυμμετρίας

$\bar{X} - M > 0$  Θετική ασυμμετρία

$\bar{X} - M = 0$  Μηδενική ασυμμετρία (συμμετρία)

$\bar{X} - M < 0$  Αρνητική ασυμμετρία

$$\text{Συντελεστής ασυμμετρίας} = S_k = \frac{(Q_3 - M) - (M - Q_1)}{(Q_3 - M) + (M - Q_1)} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2 \cdot M}{Q_3 - Q_1}$$

- Αρχικός μισθός

$$\begin{aligned} s_k &= (Q_3 + Q_1 - 2 \cdot M) / (Q_3 - Q_1) \\ &= (13,905 + 9,207 - 2 \cdot 10,800) / (13,905 - 9,207) \\ &= (1,512) / (4,698) = 0,322 \end{aligned}$$

- Σημερινός μισθός

$$\begin{aligned} s_k &= (Q_3 + Q_1 - 2 \cdot M) / (Q_3 - Q_1) \\ &= (29,025 + 17,604 - 2 \cdot 22,140) / (29,025 - 17,604) \\ &= (2,349) / (11,421) = 0,206 \end{aligned}$$

- Προϋπηρεσία

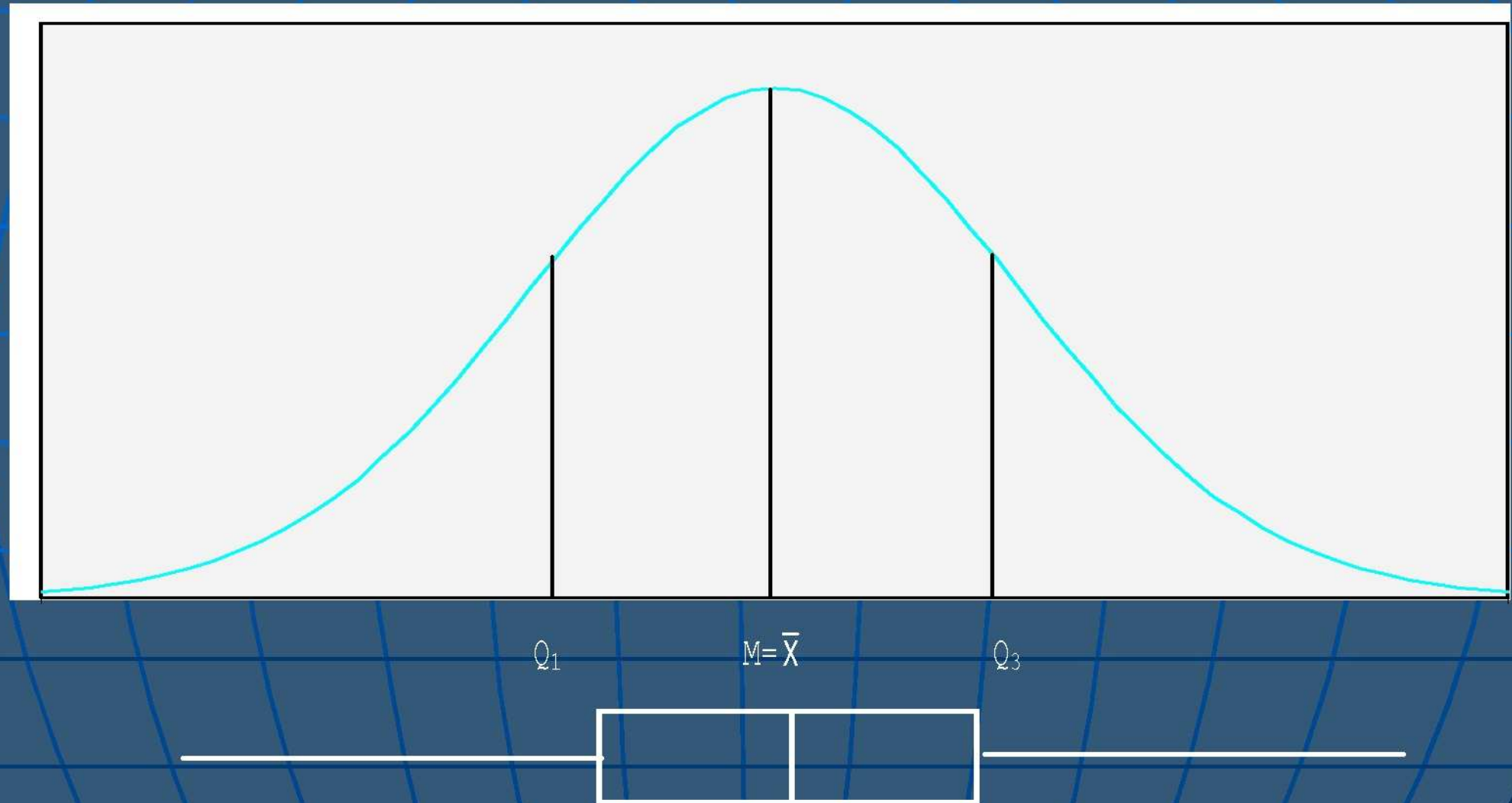
$$\begin{aligned} s_k &= (Q_3 + Q_1 - 2 \cdot M) / (Q_3 - Q_1) \\ &= (10,668 + 1,440 - 2 \cdot 4,085) / (10,668 - 1,440) \\ &= (3,938) / (9,228) = 0,427 \end{aligned}$$

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς

## Διάγραμμα 3.6

### Είδη Συμμετρικών Κατανομών



**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

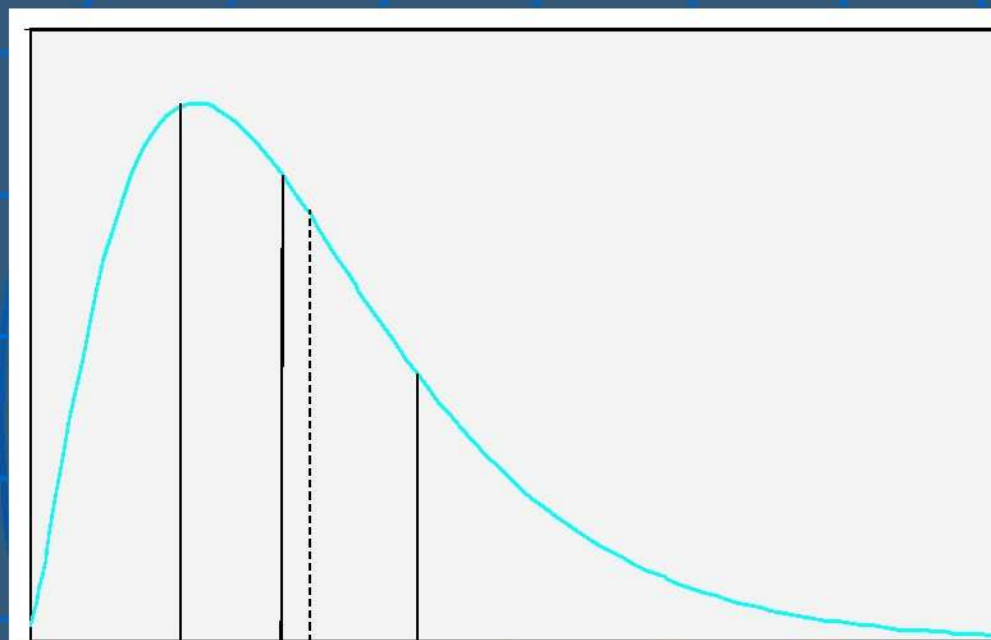
*Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*  
*Ιωάννης Γ. Χαλικιάς*



# Διάγραμμα 3.7

## Είδη Ασυμμετρικών Κατανομών

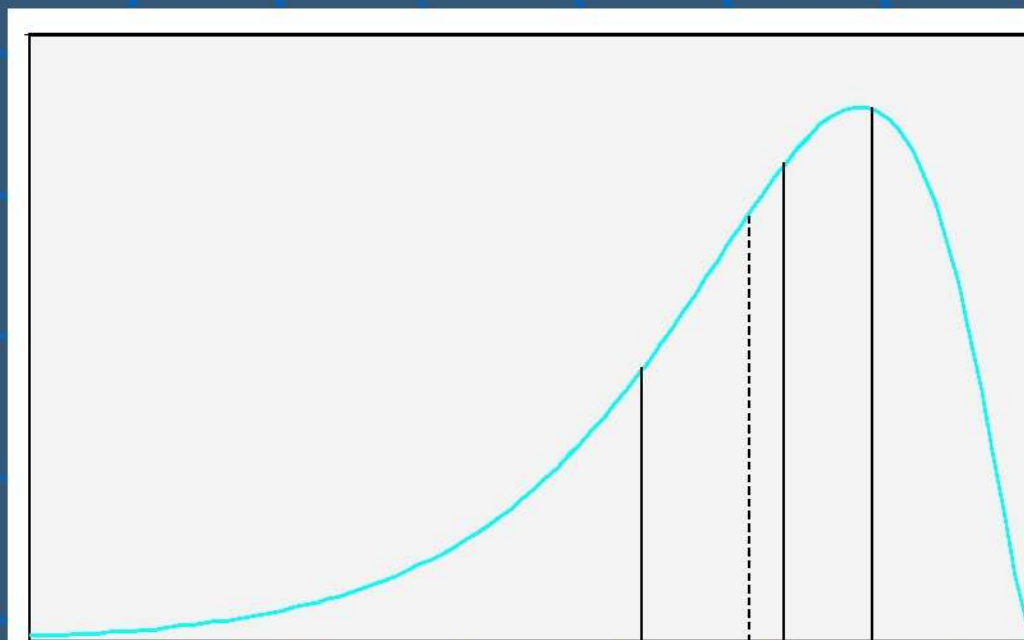
Θετική Ασυμμετρία



Q<sub>1</sub> M Q<sub>3</sub>



Αρνητική Ασυμμετρία



Q<sub>1</sub> M Q<sub>3</sub>



**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις  
Ιωάννης Γ. Χαλικιάς