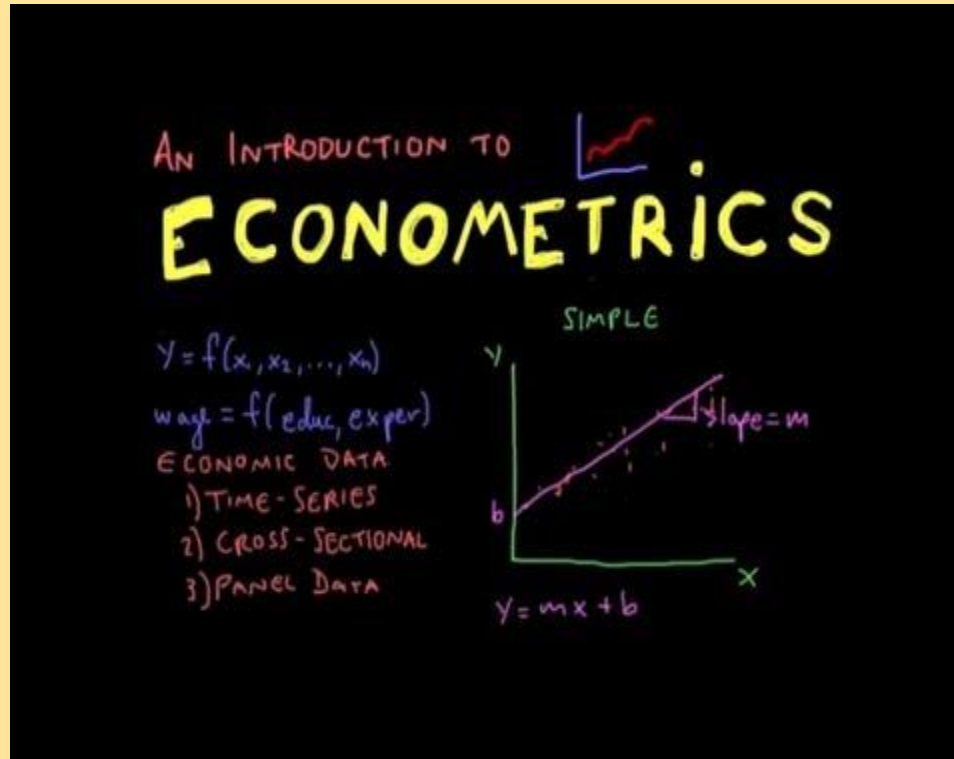


Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Μάθημα: "Εφαρμογές Στατιστικών Μεθόδων σε Επιχειρησιακά Προβλήματα"

Συνάντηση: 11η



Τυπικό Σφάλμα Παλινδρόμησης και Τυπικό Σφάλμα του $\beta_{εκτ}$

Παράδειγμα 1

πρόσβ. ηλεκτρ.	αστικ. πληθ.		ΣΧiΨi	Σ(Χi^2)
1	7	15	99,66	228,01
2	18	22	397,11	470,89
3	64	59	3794,72	3504,64
4	92	78	7115,92	6021,76
5	16	49	788,9	2401
6	44	41	1796,32	1697,44
7	36	43	1537,86	1814,76
8	23	23	515,25	506,25
9	66	43	2835,69	1840,41
10	5	18	98,82	334,89
	371	390	18980,25	18820,05

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum \Psi_i X_i - \sum X_i \sum \Psi_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

= 1,25

$$\hat{\alpha} = \overline{\Psi_i} - \hat{\beta} \overline{X_i}$$

Παράδειγμα 1

Εναλλακτικά, χρησιμοποίησε την συνάρτηση **=linest**

για να εξάγεις τους συντελεστές της παλινδρόμησης ...

		πρόσβ. ηλεκτρ.	αστικ. πληθ.
	1	7	15
	2	18	22
=LINEST(D4:D13;E4:E13)	3	64	59
	4	92	78
	5	16	49
	6	44	41
	7	36	43
	8	23	23
	9	66	43
	10	5	18

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SSE}{n-k-1}}$$

τυπικό σφάλμα παλινδρόμησης

$$s.e(\hat{\beta}) = \hat{\sigma} * \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

τυπικό σφάλμα εκτιμητή $s.e(b)$

Παράδειγμα 1

	πρόσβ. ηλεκτρ.	αστικ. πληθ.		ΣΧίΨι	Σ(Χί^2)		Ψ_εκτ	(Ψ - Ψ_εκτ)^2
1	7	15		99,66	228,01		7,205	0,366025
2	18	22		397,11	470,89		15,455	8,094025
3	64	59		3794,72	3504,64		62,33	3,1329
4	92	78		7115,92	6021,76		85,33	40,5769
5	16	49		788,9	2401		49,58	1120,9104
6	44	41		1796,32	1697,44		39,83	14,2129
7	36	43		1537,86	1814,76		41,58	30,0304
8	23	23		515,25	506,25		16,455	41,538025
9	66	43		2835,69	1840,41		41,955	582,981025
10	5	18		98,82	334,89		11,205	33,698025
	371	390		18980,25	18820,05			1875,540625

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SSE}{n-k-1}}$$

$$= 15,31$$

Παράδειγμα 1

	πρόσβ. ηλεκτρ.	αστικ. πληθ.		ΣΧΙΨΙ	Σ(Χί^2)		Ψ_ΕΚΤ	(Ψ - Ψ_ΕΚΤ)^2		(X - Xmean)^2
1	7	15		99,66	228,01		7,205	0,366025		571,6881
2	18	22		397,11	470,89		15,455	8,094025		299,6361
3	64	59		3794,72	3504,64		62,33	3,1329		407,6361
4	92	78		7115,92	6021,76		85,33	40,5769		1489,1881
5	16	49		788,9	2401		49,58	1120,9104		99,8001
6	44	41		1796,32	1697,44		39,83	14,2129		4,7961
7	36	43		1537,86	1814,76		41,58	30,0304		12,8881
8	23	23		515,25	506,25		16,455	41,538025		272,5801
9	66	43		2835,69	1840,41		41,955	582,981025		15,1321
10	5	18		98,82	334,89		11,205	33,698025		428,9041
	371	390		18980,25	18820,05			1875,540625		3602,249

$$s.e(\hat{\beta}) = \hat{\sigma} * \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = 15,31 * 0,0167 = 0,2551$$

Παράδειγμα 2

ρυθμ. αναπτ.	εξαγωγ.		ΣΧiΨi	Σ(Χi^2)
1	8,9	7,9	70,31	62,41
2	7,8	8,1	63,18	65,61
3	10,2	9,1	92,82	82,81
4	8,1	11,6	93,96	134,56
5	-6,4	14,2	-90,88	201,64
6	6,4	14,1	90,24	198,81
7	6,9	14,0	96,6	196
8	2,9	13,9	40,31	193,21
9	7,2	13,6	97,92	184,96
10	3,3	15,1	49,83	228,01
	55,3	121,6	604,29	1548,02

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum \Psi_i X_i - \sum X_i \sum \Psi_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

= **-0,983**

$$\hat{\alpha} = \overline{\Psi_i} - \hat{\beta} \overline{X_i}$$

Παράδειγμα 2

Εναλλακτικά, χρησιμοποίησε την συνάρτηση **=linest**

για να εξάγεις τους συντελεστές της παλινδρόμησης ...

	ρυθμ. αναπτ.	εξαγωγ.
1	8,9	7,9
2	7,8	8,1
3	10,2	9,1
4	8,1	11,6
5	-6,4	14,2
6	6,4	14,1
7	6,9	14,0
8	2,9	13,9
9	7,2	13,6
10	3,3	15,1

ΙΕΣΤ(D21:D30;E21:E30)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SSE}{n-k-1}}$$

τυπικό σφάλμα παλινδρόμησης

$$s.e(\hat{\beta}) = \hat{\sigma} * \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

τυπικό σφάλμα εκτιμητή $s.e(b)$

Παράδειγμα 2

	ρυθμ. αναπτ.	εξαγωγ.		ΣΧίΨι	Σ(Χί^2)		Ψ_ΕΚΤ	(Ψ - Ψ_ΕΚΤ)^2
1	8,9	7,9		70,31	62,41		9,7343	0,69605649
2	7,8	8,1		63,18	65,61		9,5377	3,01960129
3	10,2	9,1		92,82	82,81		8,5547	2,70701209
4	8,1	11,6		93,96	134,56		6,0972	4,01120784
5	-6,4	14,2		-90,88	201,64		3,5414	98,83143396
6	6,4	14,1		90,24	198,81		3,6397	7,61925609
7	6,9	14,0		96,6	196		3,738	9,998244
8	2,9	13,9		40,31	193,21		3,8363	0,87665769
9	7,2	13,6		97,92	184,96		4,1312	9,41753344
10	3,3	15,1		49,83	228,01		2,6567	0,41383489
	55,3	121,6		604,29	1548,02			137,5908378

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SSE}{n-k-1}}$$

$$= 4,15$$

Παράδειγμα 2

	ρυθμ. αναπτ.	εξαγωγ.		ΣΧiΨi	Σ(Xi^2)		Ψ_ΕΚΤ	(Ψ - Ψ_ΕΚΤ)^2		(X - Xmean)^2
1	8,9	7,9		70,31	62,41		9,7343	0,69605649		18,49
2	7,8	8,1		63,18	65,61		9,5377	3,01960129		16,81
3	10,2	9,1		92,82	82,81		8,5547	2,70701209		9,61
4	8,1	11,6		93,96	134,56		6,0972	4,01120784		0,36
5	-6,4	14,2		-90,88	201,64		3,5414	98,83143396		4
6	6,4	14,1		90,24	198,81		3,6397	7,61925609		3,61
7	6,9	14,0		96,6	196		3,738	9,998244		3,24
8	2,9	13,9		40,31	193,21		3,8363	0,87665769		2,89
9	7,2	13,6		97,92	184,96		4,1312	9,41753344		1,96
10	3,3	15,1		49,83	228,01		2,6567	0,41383489		8,41
	55,3	121,6		604,29	1548,02			137,5908378		69,38

$$s.e(\hat{\beta}) = \hat{\sigma} * \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = 4,15 * 0,12 = 0,498$$

Παράδειγμα 3

γυν. εργασ.	γονιμ.		ΣΧiΨi	Σ(Χi^2)
1	52,3	1,9	99,37	3,61
2	52	1,85	96,2	3,4225
3	52	1,89	98,28	3,5721
4	51,8	1,86	96,348	3,4596
5	52,7	1,84	96,968	3,3856
6	53,7	1,82	97,734	3,3124
7	43,1	1,46	62,926	2,1316
8	43,6	1,51	65,836	2,2801
9	45,1	1,51	68,101	2,2801
10	45,6	1,5	68,4	2,25
	491,9	17,14	850,163	29,704

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum \Psi_i X_i - \sum X_i \sum \Psi_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

= **21,61**

$$\hat{\alpha} = \overline{\Psi_i} - \hat{\beta} \overline{X_i}$$

Παράδειγμα 3

Εναλλακτικά, χρησιμοποίησε την συνάρτηση **=linest**

για να εξάγεις τους συντελεστές της παλινδρόμησης ...

		γυν. εργασ.	γονιμ.
=LINEST(D37:D46;E37:E46)	1	52,3	1,9
	2	52	1,85
	3	52	1,89
	4	51,8	1,86
	5	52,7	1,84
	6	53,7	1,82
	7	43,1	1,46
	8	43,6	1,51
	9	45,1	1,51
	10	45,6	1,5

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SSE}{n-k-1}}$$

τυπικό σφάλμα παλινδρόμησης

$$s.e(\hat{\beta}) = \hat{\sigma} * \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

τυπικό σφάλμα εκτιμητή $s.e(b)$

Παράδειγμα 3

	γυν. εργασ.	γονιμ.		ΣΧιΨi	Σ(Χi^2)		Ψ_ΕΚΤ	(Ψ - Ψ_ΕΚΤ)^2
1	52,3	1,9		99,37	3,61		53,209	0,826281
2	52	1,85		96,2	3,4225		52,1285	0,01651225
3	52	1,89		98,28	3,5721		52,9929	0,98585041
4	51,8	1,86		96,348	3,4596		52,3446	0,29658916
5	52,7	1,84		96,968	3,3856		51,9124	0,62031376
6	53,7	1,82		97,734	3,3124		51,4802	4,92751204
7	43,1	1,46		62,926	2,1316		43,7006	0,36072036
8	43,6	1,51		65,836	2,2801		44,7811	1,39499721
9	45,1	1,51		68,101	2,2801		44,7811	0,10169721
10	45,6	1,5		68,4	2,25		44,565	1,071225
	491,9	17,14		850,163	29,704			10,6016984

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SSE}{n-k-1}}$$

$$= 1,15$$

Παράδειγμα 3

	γυν. εργασ.	γονιμ.		ΣΧΙΨΙ	Σ(ΧΙ^2)		Ψ_ΕΚΤ	(Ψ - Ψ_ΕΚΤ)^2		(X - Xmean)^2
1	52,3	1,9		99,37	3,61		53,209	0,826281		0,03
2	52	1,85		96,2	3,4225		52,1285	0,01651225		0,02
3	52	1,89		98,28	3,5721		52,9929	0,98585041		0,03
4	51,8	1,86		96,348	3,4596		52,3446	0,29658916		0,02
5	52,7	1,84		96,968	3,3856		51,9124	0,62031376		0,02
6	53,7	1,82		97,734	3,3124		51,4802	4,92751204		0,01
7	43,1	1,46		62,926	2,1316		43,7006	0,36072036		0,06
8	43,6	1,51		65,836	2,2801		44,7811	1,39499721		0,04
9	45,1	1,51		68,101	2,2801		44,7811	0,10169721		0,04
10	45,6	1,5		68,4	2,25		44,565	1,071225		0,05
	491,9	17,14		850,163	29,704			10,6016984		0,33

$$s.e(\hat{\beta}) = \hat{\sigma} * \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = 1,15 * 1,75 = 2,01$$