



# *Black-Scholes-Merton Application*

**Μέθοδοι Μηχανικής Μάθησης στα Χρηματοοικονομικά**

**Αθανάσιος Σάκκας, Επ. Καθηγητής, ΟΠΑ**

# Επιπλέον λεπτομέρειες για τα NN

- Use mini batches of data to calculate gradients. (One epoch is one complete use of training set.)
- Use a momentum strategy
- Adaptively calculate the learning rate (Adam)
- Learning rate decay
- Dropouts

# Black-Scholes Pricing Formulas

The prices at time zero of a European call option on a **dividend-paying stock** given respectively by:

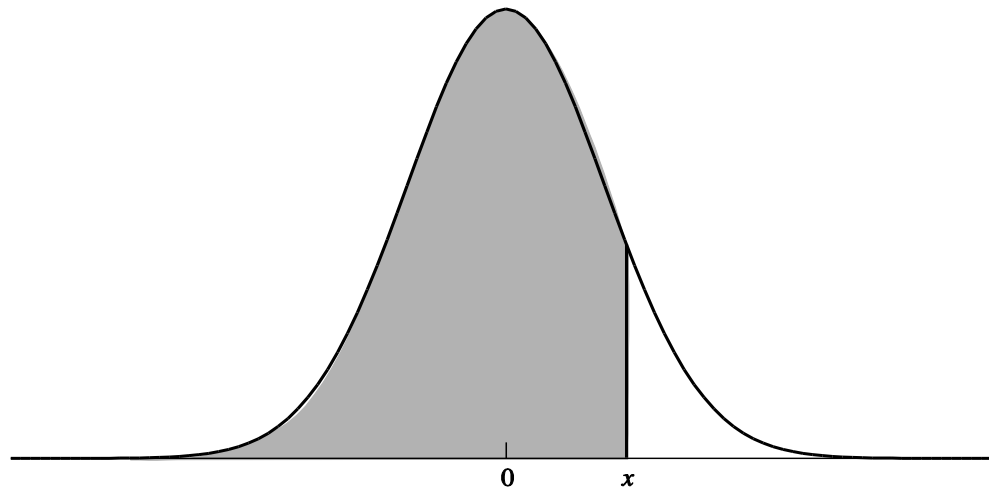
$$c = S_0 e^{-qT} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$\text{where } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

# The $N(x)$ Function

- $N(x)$  is the cumulative probability distribution function for a standardized normal distribution  
(i.e. the probability that a normally distributed variable with a mean of zero and a standard deviation of 1 is less than  $x$ )
- See tables at the end of the book
- Note: the NORMDIST() function calculates  $N(x)$  in Excel



# Inputs

- $S_0$ : Stock Price
- $K$ : Strike Price
- $r$ : risk free rate
- $\sigma$ : stock price volatility
- $T$ : option's life (the time until the option is exercised)
- $q$ : dividend

# Black-Scholes-Merton Application

- Δημιουργήσαμε 10.000 τιμές δικαιωμάτων προαίρεσης αγοράς call option prices χρησιμοποιώντας το μοντέλο Black-Scholes-Merton και στη συνέχεια προσθέσαμε ένα κανονικά κατανομημένο σφάλμα normally distributed error 0,15 στην τιμή.

- Η δειγματοληψία των παραμέτρων έγινε τυχαία από ομοιόμορφες κατανομές (uniform distributions).

**Table 6.6** Upper and lower bounds used for Black-Scholes parameters to create the data set

	<i>Lower bound</i>	<i>Upper bound</i>
Stock price, $S$	40	60
Strike price, $K$	$0.5S$	$1.5S$
Risk free rate, $r$	0	5%
Volatility, $\sigma$	10%	40%
Time to maturity, $T$	3 months	2 years

- Το μοντέλο έχει τρία **hidden layers** και **20** νευρώνες ανά **layer**.

<b>Epoch</b>	<b>Batch</b>
<p data-bbox="428 462 1251 548">Epoch is the complete passing through of all the datasets exactly at once.</p>	<p data-bbox="1327 439 1793 575">The batch is the dataset that has been divided into smaller parts to be fed into the algorithm.</p>
<p data-bbox="435 762 1243 848">The number of epochs can be anything between one and infinity.</p>	<p data-bbox="1327 711 1793 901">The batch size is always equal to or more than one and equal to or less than the number of samples in the training set.</p>
<p data-bbox="407 1062 1268 1148">It is an integer value that is a hyperparameter for the learning algorithm.</p>	<p data-bbox="1335 1033 1786 1172">It is an integer that is also a hyperparameter for the learning algorithm.</p>



# Αποτελέσματα

- Με μόνο 10.000 παρατηρήσεις το νευρωνικό δίκτυο μιμήθηκε καλά το μοντέλο Black-Scholes-Merton.
- Εξάλειψε μεγάλο μέρος του random noise που προσθέσαμε στις τιμές BSM.

# Χρησιμοποιώντας μια παρόμοια ιδέα για την εκτίμηση των exotic derivatives

- Ορισμένα “exotic” derivatives αποτιμώνται με τη χρήση Monte Carlo simulation που είναι αργή.
- Τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εξής:
  - Κάντε μια αρχική ανάλυση για να δημιουργήσετε μεγάλο όγκο δεδομένων που σχετίζονται με τις τιμές με τις μεταβλητές εισόδου.
  - Κατασκευάστε ένα νευρωνικό δίκτυο για την αναπαραγωγή τιμών.
  - Λάβετε γρήγορη τιμολόγηση προχωρώντας μέσω του δικτύου.
- Χρήσιμο για ανάλυση σεναρίων.