

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS

**ΣΧΟΛΗ  
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**

SCHOOL OF  
BUSINESS

**ΤΜΗΜΑ  
ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ &  
ΧΡΗΜΑΤΟ-  
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ**  
DEPARTMENT OF  
ACCOUNTING &  
FINANCE

---

# Γραμμική Άλγεβρα και Μαθηματικός Λογισμός για Οικονομικά και Επιχειρησιακά Προβλήματα

Ενότητα: Ασκήσεις 10

Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος

Τμήμα Λογιστικής & Χρηματοοικονομικής

---



1. Σκοποί ενότητας .....	5
2. Περιεχόμενα ενότητας.....	5
3. Ασκήσεις (10) .....	5
3.1 Άσκηση 1:.....	5
3.2 Άσκηση 2:.....	5
3.3 Άσκηση 3:.....	5
3.4 Άσκηση 4:.....	6



## 1. Σκοποί ενότητας

Ασκήσεις που βοηθούν στην κατανόηση και την εφαρμογή της θεωρίας του Απειροστικού Λογισμού.

## 2. Περιεχόμενα ενότητας

Ασκήσεις σε Στοιχεία Απειροστικού Λογισμού.

## 3. Ασκήσεις (10)

### 3.1 Άσκηση 1:

1. Δίνονται οι συναρτήσεις:

1.1.  $u = (100 - t^2)^{1/3}$  και  $t = (e^x + \ln x)^3$ . Να βρεθεί η  $\frac{du}{dx}$ .

1.2.  $z = 7t^{-3} - t + \sqrt{8}$ ,  $t = y^3$ ,  $y = e^{x+2}$ . Να βρεθεί η  $\frac{dz}{dx}$ .

1.3.  $y = \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2x}}$ . Να βρεθεί η  $\frac{dy}{dx}$ .

### 3.2 Άσκηση 2:

2. Να εκτιμηθεί η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις.

2.1.  $Q = \frac{64}{P^6}$ .

2.2.  $Q = \frac{5P}{(1-3P)^2}$ .

### 3.3 Άσκηση 3:

3. Δίνεται η συνάρτηση ζήτησης των προϊόντων μιάς επιχείρησης  $q = 100 - p$ , όπου  $p$  είναι η τιμή πώλησης και  $q$  η ποσότητα των πωληθέντων προϊόντων. Το μέσο κόστος παραγωγής  $q$  προϊόντων δίδεται από την ακόλουθη συνάρτηση  $AC(q) = q - 20 + 1.600/q$ . Ζητείται:

3.1. Να βρεθούν οι συναρτήσεις συνολικού, μέσου και οριακού εσόδου της επιχείρησης.

3.2. Να υπολογιστεί το νεκρό σημείο των κερδών της επιχείρησης.

3.3. Να βρεθεί ο συνδυασμός τιμής πώλησης και πωληθέντων προϊόντων που μεγιστοποιεί τα έσοδα της επιχείρησης.

3.4. Να βρεθεί ο συνδυασμός τιμής πώλησης και πωληθέντων προϊόντων που μεγιστοποιεί τα κέρδη της επιχείρησης.

3.5. Να υπολογιστεί το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει η επιχείρηση.

3.6. Να υπολογιστεί η ελαστικότητα της ζήτησης των προϊόντων της επιχείρησης ως προς την τιμή, στο σημείο όπου η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της, και στο σημείο όπου η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα έσοδά της.

- 3.7. Χρησιμοποιώντας την απάντησή σας στο (vi), υπολογίστε κατά προσέγγιση την ποσοστιαία μεταβολή στα κέρδη της επιχείρησης, αν αυτή αποφασίσει να προσφέρει τα προϊόντα της σε τιμή 3% υψηλότερη από την τιμή στην οποία μεγιστοποιεί τα κέρδη της.
- 3.8. Για ποιο διάστημα τιμών είναι η ζήτηση ανελαστική;

### 3.4 Άσκηση 4:

4. Απαντήστε στα παρακάτω:

4.1. Για κάθε μια από τις παρακάτω συναρτήσεις βρείτε το πολυώνυμο Taylor βαθμού  $n$  για να προσεγγίσετε τις τιμές της συνάρτησης γύρω από το σημείο  $x_0$ .

4.1.1.  $f(x) = \frac{1}{2+x}$  για  $n=4$  και  $x_0 = 1$ .

4.1.2.  $f(x) = \sqrt{x}$  για  $n=4$  και  $x_0 = 4$ .

4.2. Χρησιμοποιείστε το ανάπτυγμα σειράς MacLaurin τρίτου βαθμού για να υπολογίσετε την τιμή της συνάρτησης  $y=\ln(x+1)$  στο σημείο  $x = 0,5$ .

# Σημειώματα

## Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

## Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Οικονομικό Πανεπιστήμιον Αθηνών, Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος, 2015. Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος. «Γραμμική Άλγεβρα και Μαθηματικός Λογισμός για Οικονομικά και Επιχειρησιακά Προβλήματα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.aueb.gr/modules/document/?course=LOXR100>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων

- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)  
μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

