

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΘΗΝΩΝ**



ATHENS UNIVERSITY
OF ECONOMICS
AND BUSINESS

**ΣΧΟΛΗ
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**

SCHOOL OF
BUSINESS

**ΤΜΗΜΑ
ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ &
ΧΡΗΜΑΤΟ-
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ**
DEPARTMENT OF
ACCOUNTING &
FINANCE

Γραμμική Άλγεβρα και Μαθηματικός Λογισμός για Οικονομικά και Επιχειρησιακά Προβλήματα

Ενότητα: Ασκήσεις 1

Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος

Τμήμα Λογιστικής & Χρηματοοικονομικής

1. Σκοποί ενότητας	5
2. Περιεχόμενα ενότητας.....	5
3. Ασκήσεις (1)	5
3.1 Άσκηση 1:.....	5
3.2 Άσκηση 2:.....	5
3.3 Άσκηση 3:.....	5
3.4 Άσκηση 4:.....	6
3.5 Άσκηση 5:.....	6
3.6 Άσκηση 6:.....	6

1. Σκοποί ενότητας

Ασκήσεις που βοηθούν στην κατανόηση και την εφαρμογή της θεωρίας της Γραμμικής Άλγεβρας.

2. Περιεχόμενα ενότητας

Ασκήσεις σε Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας.

3. Ασκήσεις (1)

3.1 Άσκηση 1:

1. Σχεδιάστε την εικόνα των γραμμών για τις δύο εξισώσεις $x + y = 4$, $2x - 2y = 4$ (δύο τεμνόμενες ευθείες) και την εικόνα των στηλών (συνδυασμός των δύο στηλών ισούται με το διάνυσμα-στήλη $(4,4)$ στη δεξιά πλευρά).

3.2 Άσκηση 2:

2. Λύστε το τριγωνικό σύστημα:

$$u + v + w = b_1$$

$$v + w = b_2$$

$$w = b_3$$

Δείξτε ότι η λύση σας δίνει ένα συνδυασμό των στηλών που ισούται με τη στήλη στη δεξιά πλευρά.

3.3 Άσκηση 3:

3. Απαντήστε στα παρακάτω:

- 3.1. Περιγράψτε την τομή των τριών επιπέδων $u + v + w + z = 6$ και $u + w + z = 4$ και $u + w = 2$ (όλα στον τετραδιάστατο χώρο). Είναι μία ευθεία, ένα σημείο ή το κενό σύνολο; Ποιά είναι η τομή αν συμπεριληφθεί και το τέταρτο επίπεδο $u = -1$; Υπόδειξη: Λύστε την τελευταία εξίσωση ως προς w (u ελεύθερο), μετά τη δεύτερη ως προς z και τελικά την πρώτη ως προς v . Τι μορφή έχει το διάνυσμα $(u, v, w, z)^T$;
- 3.2. Βρείτε δύο σημεία στην ευθεία τομής των τριών επιπέδων $t = 0$, $z = 0$, και $x + y + z + t = 1$ στον τετραδιάστατο χώρο.

3.4 Άσκηση 4:

4. Σχεδιάστε τις ευθείες:

$$x + 2 \cdot y = 2$$

$$x - y = 2$$

$$y = 1$$

Μπορούν να λυθούν ταυτόχρονα οι τρεις εξισώσεις; Τι συμβαίνει στο σχήμα όταν όλες οι δεξιές πλευρές είναι μηδέν; Υπάρχει μη μηδενική επιλογή των δεξιών πλευρών που επιτρέπει στις τρεις ευθείες να τέμνονται στο ίδιο σημείο και στις τρεις εξισώσεις να έχουν μια λύση;

3.5 Άσκηση 5:

5. Απαντήστε στα παρακάτω:

5.1. Βρείτε τα μήκη και το εσωτερικό γινόμενο των $x = (1, 4, 0, 2)$ και $y = (2, -2, 1, 3)$.

5.2. Υπολογίστε τη γωνία θ που βρίσκεται μεταξύ των διανυσμάτων x και y .

3.6 Άσκηση 6:

6. Αν $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ και $C = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, να υπολογίσετε τους πίνακες:

6.1. $A + B + C$.

6.2. $C - A$.

6.3. $4A + 2B - 3C$.

6.4. AB και BA , είναι $AB=BA$;

6.5. A^T , B^T και C^T .

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Οικονομικό Πανεπιστήμιον Αθηνών, Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος, 2015. Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος. «Γραμμική Άλγεβρα και Μαθηματικός Λογισμός για Οικονομικά και Επιχειρησιακά Προβλήματα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.aueb.gr/modules/document/?course=LOXR100>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων

- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

