

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΘΗΝΩΝ**



ATHENS UNIVERSITY
OF ECONOMICS
AND BUSINESS

**ΣΧΟΛΗ
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**

SCHOOL OF
BUSINESS

**ΤΜΗΜΑ
ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ &
ΧΡΗΜΑΤΟ-
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ**
DEPARTMENT OF
ACCOUNTING &
FINANCE

Γραμμική Άλγεβρα και Μαθηματικός Λογισμός για Οικονομικά και Επιχειρησιακά Προβλήματα

Ενότητα: Ασκήσεις 7

Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος

Τμήμα Λογιστικής & Χρηματοοικονομικής

1. Σκοποί ενότητας	5
2. Περιεχόμενα ενότητας.....	5
3. Ασκήσεις (7)	5
3.1 Άσκηση 1:.....	5
3.2 Άσκηση 2:.....	5
3.3 Άσκηση 3:.....	6

1. Σκοποί ενότητας

Ασκήσεις που βοηθούν στην κατανόηση και την εφαρμογή της θεωρίας της Γραμμικής Άλγεβρας.

2. Περιεχόμενα ενότητας

Ασκήσεις σε Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας.

3. Ασκήσεις (7)

3.1 Άσκηση 1:

1. Δίνονται τα ακόλουθα 2 στοιχεία του \mathbb{R}^4 : $b_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ και έστω E ο υπόχωρος που

παράγουν τα b_1 και b_2 μαζί.

1.1. Να βρεθεί μία ορθοκανονική βάση $\{q_1, q_2\}$ του E .

1.2. Να βρεθεί πίνακας S , τέτοιος ώστε Sx να είναι πάντα το πλησιέστερο στο x στοιχείο του E , και πίνακας T , τέτοιος ώστε Tx να είναι πάντα το πλησιέστερο στο x στοιχείο του $\text{Span}\{b_1\}$.

1.3. Αν συμβολίσουμε με $P_{b_1}(z)$ την προβολή του z στο b_1 , και με $P_{b_1, b_2}(z)$ την προβολή του z στο $\text{Span}(b_1, b_2)$, ποια από τα ακόλουθα είναι σωστά και ποια λάθος; Αιτιολογήστε σύντομα.

1.3.1. $P_{b_1, b_2}(z) = P_{q_1, q_2}(z)$.

1.3.2. $P_{b_1, b_2}(z) = P_{b_1}(z) + P_{b_2}(z)$.

1.3.3. $P_{q_1, q_2}(z) = P_{q_1}(z) + P_{q_2}(z)$.

3.2 Άσκηση 2:

2. Δίνονται τα ακόλουθα τρία στοιχεία του \mathbb{R}^4 : $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Έστω $F = \text{Span}(a, b, c)$ ο

υπόχωρος που παράγουν τα a , b και c μαζί.

2.1. Να βρεθεί ο πίνακας A , τέτοιος που για κάθε x το Ax να είναι το πλησιέστερο στο x στοιχείο του F .

2.2. Να βρεθεί ο πίνακας B , τέτοιος που για κάθε x το Bx να είναι το πλησιέστερο στο x στοιχείο του $\text{Span}(a)$.

2.3. Έστω $P_F(x)$ η προβολή του x στο F , και $P_a(x)$, $P_b(x)$, $P_c(x)$ οι προβολές του x στο a , b και c αντίστοιχα. Θα ισχύει $P_F(x) = P_a(x) + P_b(x) + P_c(x)$; Εξηγήστε γιατί.

3.3 Άσκηση 3:

3. Υπολογίστε τις ορίζουσες και βρείτε (αν υπάρχουν) τους αντίστροφους πίνακες των παρακάτω πινάκων:

$$3.1. A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$3.2. B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & 3 \\ 8 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$3.3. C = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Οικονομικό Πανεπιστήμιον Αθηνών, Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος, 2015. Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος. «Γραμμική Άλγεβρα και Μαθηματικός Λογισμός για Οικονομικά και Επιχειρησιακά Προβλήματα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.aueb.gr/modules/document/?course=LOXR100>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων

- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

