

Άσκηση (Φρ. #2 - Φρ. #4)

Ο Διευθυντής πωλήσεων μίας εταιρείας αροισαίων υεφυλαίων ενδιαφέρεται να μελετήσει τη σχέση μεταξύ των αποδόσεων ενός αροισαίου (Y) που διαθέτει η εταιρεία και των αποδόσεων του γενικού δείκτη (X) του χρηματιστηρίου. Οι μηνιαίες αποδόσεις του αροισαίου και του γενικού δείκτη για ένα τ.δ. 10 μηνών παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Μήνας	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	0.05	0.12	0.07	-0.03	-0.01	0.06	0.2	0.15	0.04	0.12
X	0.01	0.09	0.03	-0.04	-0.02	0.03	0.12	0.08	0.03	0.13

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα, απαντήστε στα ακόλουθα ερωτήματα:

A. Να επιτηθεί η ευθεία παλινδρόμησης των αποδόσεων του αροισαίου ως προς τις αποδόσεις του γενικού δείκτη. Να ερμηνεύσετε τους συντελεστές γραμμικής παλινδρόμησης.

Λύση Από τον πίνακα $\sum_{i=1}^{10} X_i = 0.46$, $\sum_{i=1}^{10} Y_i = 0.77$

$$\left(\sum_{i=1}^{10} X_i\right)^2 = (0.46)^2 = 0,2116, \quad \sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 0,0506$$

$$\sum_{i=1}^{10} X_i Y_i = 0,0694.$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum_{i=1}^{10} X_i Y_i - \sum_{i=1}^{10} X_i \sum_{i=1}^{10} Y_i}{n \sum_{i=1}^{10} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{10} X_i\right)^2} = \frac{10 \cdot 0,0694 - 0,46 \cdot 0,77}{10 \cdot 0,0506 - 0,2116}$$

$$= 1,154 \Rightarrow \boxed{\hat{\beta}_1 = 1,154}$$

-2-

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = \frac{0,77}{10} - 1,154 \cdot \frac{0,46}{10} \approx 0,024$$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{\beta}_0 = 0,024}$$

Η εμπειρθείσα ευθεία παλινδρόμησης είναι:

$$\hat{Y} = 0,024 + 1,154 X$$

Ερμηνεία $\hat{\beta}_0$: Για μηδενική απόδοση του γενικού δείκτη (X) η πρέση (αναφερόμενη) απόδοση του αμοιβαίου επιτίμαται ότι θα είναι ίση με 0,024 μονάδες περίπου.

$\hat{\beta}_1$: Αν η απόδοση του γενικού δείκτη αυξηθεί κατά μία μονάδα, η απόδοση του αμοιβαίου κεφαλαίου αναμένεται να αυξηθεί κατά πρέσο όρο κατά περίπου 1,154 μονάδες.

β. Να εξετασθεί αν ο συντελεστής γραμμικής παλινδρόμησης β_1 διαφέρει στατιστικά σημαντικά από το μηδέν σε εσσ $\alpha = 5\%$.

Λύση Σε εσσ $\alpha = 5\%$ ελέγχουμε τις ακόλουθες

υποθέσεις: $H_0: \beta_1 = 0$ vs $H_1: \beta_1 \neq 0$. Χρησιμοποιούμε

με τη σ.σ. ελέγχου $T_{n-2} = \frac{|\hat{\beta}_1|}{S_{\beta_1}}$,

όπου S_{β_1} : τυπικό σφάλμα εμπειρθείσης του συντελεστή παλινδρόμησης β_1 .

$$S_{b_1} = \frac{S_e}{\sqrt{\sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2}}, \quad S_e = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

↙ τυπικό σφάλμα
επίλυσης της
εξίσωσης
παλινδρόμησης

$$\sum_{i=1}^{10} Y_i^2 = 0,1049$$

$$SSE = \sum_{i=1}^{10} Y_i^2 - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{10} Y_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{10} X_i Y_i$$

$$SSE = 0,0063324$$

$$S_e = 0,0281344$$

$$T_{n-2} = \frac{1,154}{0,1639} \approx 7,0408$$

$$S_{b_1} \approx 0,163972$$

Απόφαση (Decision) Απορρίπτουμε την H_0 σε εσο

$\alpha = 5\%$ αν $|T_{n-2}| > t_{n-2, \alpha/2}$. Από πίνακες της

t_{n-2} έχουμε $t_{8, 0.025} = 2.306$. Αφού

$$|T_{n-2}| = 7,0408 > 2,306$$

τα δεδομένα μας

παρέχουν ισχυρές ενδείξεις ότι σε εσο $\alpha = 5\%$, οι αποδόσεις του γενικού δείκτη (X) του χρηματιστηρίου επηρεάζουν στατιστικά σημαντικά τις αποδόσεις του αμοιβαίου κεφαλαίου (Y).

Γ. Αν υποθέσουμε ότι η απόδοση του γενικού δεί- -4-
κτη του επόμενου μήνα θα είναι ίση με 0,035 μονάδες
να προβλεφθεί η μέση απόδοση του αμοιβαίου κεφα-
λαίου του επόμενου μήνα. Να μετασυνασται ένα 95%
δ.ε. για την αναμενόμενη απόδοση στην περίπτωση
αυτή.

Λύση Ζητάρε πρόβλεψη για τη μέση απόδοση
του αμοιβαίου \hat{Y}_0 για $X = X_0 = 0,035$.

$$\hat{Y}_0 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_0 = 0,024 + 1,154 \cdot 0,035 \\ = 0,06439 \text{ μονάδες}$$

95% δ.ε. είναι

$$\hat{Y}_0 \pm t_{n-2, \alpha/2} s_e \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{10} X_i^2 - n \bar{X}^2}}$$

Μετά από πράξεις προκύπτει ότι η μελλοντική
αναμενόμενη απόδοση του αμοιβαίου θα βρῖσκειται
με 95% εμπιστοσύνη στο διάστημα

$$(0,04347, 0,08530)$$

Ερμηνεία: Αν λάβουμε 100 τ.δ. ίδιου μεγέθους από
τον πληθυσμό μετρήσεων των μεταβλητών X και
 Y αναμένεται (περίπου) τα 95 στα 100 δ.ε. που θα
μετασυναστούν να περιέχουν την πραγματική
μέση τιμή της Y . Για το συγκεκριμένο δείγμα μετρή-
σεων η αναμενόμενη απόδοση του αμοιβαίου με

βαθμό εμπιστοσύνης 95% αναμένεται να περιεχέ- -5-
ται μεταξύ των τιμών 0,04347 και 0,08530
μονάδων.

