

Επαναληπτικές Ασκήσεις

Άσκηση 1: Ένας επενδυτής κατασκευάζει ένα χαρτοφυλάκιο αγοράζοντας δύο χρεόγραφα. Οι αναμενόμενες αποδόσεις αυτών των χρεογράφων δίνονται από τον πίνακα

$$\mu = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{pmatrix}. \text{ Ο πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης ισούται με: } \Sigma = \begin{pmatrix} 0.004 & 0.001 \\ 0.001 & 0.006 \end{pmatrix}.$$

Τα βάρη του χαρτοφυλακίου που κατασκευάζει είναι $w = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.6 \end{pmatrix}$.

- Υπολογίστε την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας τον τύπο του εσωτερικού γινομένου, δηλαδή $\mu_p = w' \mu$.
- Υπολογίστε τη διασπορά του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας τον τύπο πολλαπλασιασμού πινάκων, δηλαδή $\sigma_p^2 = w' \Sigma w$.

Λύση:

- Έχουμε ότι

$$\mu_p = (0.4 \quad 0.6) \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{pmatrix} = 0.22$$

- Επίσης,

$$\sigma_p^2 = (0.4 \quad 0.6) \begin{pmatrix} 0.004 & 0.001 \\ 0.001 & 0.006 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.6 \end{pmatrix} = 0.00328$$

Άσκηση 2: Δίνονται οι πίνακες $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ και $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$. Αποδείξτε ότι για τους πίνακες αυτούς ικανοποιείται η σχέση $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Λύση: Έχουμε ότι

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$$

Άρα,

$$(AB)^{-1} = -\frac{1}{24} \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

Επίσης,

$$A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \text{ και } B^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Άρα,

$$B^{-1}A^{-1} = -\frac{1}{24} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{24} \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

Έτσι, $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Άσκηση 3: Δίνεται το παρακάτω γραμμικό σύστημα εξισώσεων:

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$2x_1 + x_2 = -1$$

$$x_1 + 2x_2 = 0$$

1. Γράψτε το παραπάνω σύστημα με μορφή πινάκων.
2. Διερευνήστε αν το σύστημα έχει λύση υπολογίζοντας τις τάξεις των πινάκων.

Λύση:

1. Το παραπάνω σύστημα γράφεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Ο πίνακας A διαστάσεως (3×2) δίνεται ως:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Η τάξη του $\tau(A) \leq 2$. Αφαιρώντας την δεύτερη από τη πρώτη στήλη έχουμε ότι:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Παρατηρούμε ότι η δεύτερη στήλη δεν μηδενίστηκε οπότε η τάξη του πίνακα A είναι 2.

Ο επαυξημένος πίνακας C διαστάσεως (3×3) δίνεται ως:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Η τάξη του $\tau(C) \leq 3$. Μετατρέπουμε τον πίνακα σε κλιμακωτή μορφή κάνοντας πράξεις κατά μήκος των γραμμών αυτού:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Παρατηρούμε ότι καμία γραμμή δεν έχει μηδενιστεί οπότε η τάξη του πίνακα C είναι 3. Έτσι λοιπόν, $\tau(A) \neq \tau(C)$, άρα το σύστημα δεν έχει λύση.

Άσκηση 4: Το απλούστερο υπόδειγμα εθνικού εισοδήματος γράφεται ως:

$$Y = C + I_0 + G_0$$
$$C = a + bY$$

όπου C και Y είναι οι ενδογενείς μεταβλητές που αναπαριστούν τη σχεδιαζόμενη κατανάλωση και το εθνικό εισόδημα, αντίστοιχα, και I_0 και G_0 είναι οι εξωγενείς μεταβλητές που αναπαριστούν τις επενδύσεις και τις κυβερνητικές δαπάνες, αντίστοιχα.

Η πρώτη εξίσωση είναι μια συνθήκη ισορροπίας με την οποία το εθνικό εισόδημα ισούται με την κατανάλωση, τις επενδύσεις και τις κυβερνητικές δαπάνες. Η δεύτερη εξίσωση περιγράφει τη σχέση μεταξύ κατανάλωσης και εθνικού εισοδήματος.

1. Γράψτε το παραπάνω σύστημα με μορφή πινάκων (οι άγνωστοι είναι οι C και Y).
2. Διερευνήστε ποια συνθήκη πρέπει να ικανοποιείται ως προς τις παραμέτρους έτσι ώστε το παραπάνω σύστημα να έχει μοναδική λύση.
3. Λύστε το σύστημα χρησιμοποιώντας μόνο γραμμική άλγεβρα.

Λύση:

1. Το παραπάνω σύστημα γράφεται ως:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -b \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} C \\ Y \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} F_0 \\ a \end{bmatrix}}_B$$

όπου $F_0 = I_0 + G_0$

2. Επειδή το σύστημα είναι τετραγωνικό (δηλαδή 2 εξισώσεις με 2 αγνώστους), θα πρέπει $\tau(A) = 2$ έτσι ώστε να έχει το σύστημα μοναδική λύση. Για να είναι ο πίνακας A πλήρους τάξης θα πρέπει να έχει ορίζουσα διάφορη του μηδενός, δηλαδή

$$|A| \neq 0 \Rightarrow b - 1 \neq 0 \Rightarrow b \neq 1$$

3. Η λύση του συστήματος δίνεται ως:

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{b-1} \begin{bmatrix} -b & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 \\ a \end{bmatrix} = \frac{1}{b-1} \begin{bmatrix} -bF_0 - a \\ -F_0 - a \end{bmatrix}$$

Άρα, $C = \frac{1}{1-b}(bF_0 + a)$ και $Y = \frac{1}{1-b}(F_0 + a)$.

Άσκηση 5: Θεωρείστε την συνάρτηση $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 7x^2 + 9x + 20$ η οποία είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού $\mathbb{R}$ (το σύνολο των πραγματικών αριθμών).

1. Βρείτε τα σημεία τοπικών μεγίστων και ελαχίστων της f .
2. Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι αύξουσα και φθίνουσα.
3. Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι κοίλη και κυρτή.

Λύση:

1. Η πρώτη παράγωγος της f είναι:

$$f'(x) = 4x^2 - 14x + 9$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης είναι

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^2 - 14x + 9 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1}{4}(7 \mp \sqrt{13})$$

Οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης είναι τα στάσιμα σημεία.

Η δεύτερη παράγωγος της f είναι

$$f''(x) = 8x - 14$$

Έτσι, $f''\left(\frac{1}{4}(7 + \sqrt{13})\right) = \frac{8}{4}(7 + \sqrt{13}) - 14 = 7.21 > 0$, άρα στο σημείο $\frac{1}{4}(7 + \sqrt{13})$ η συνάρτηση έχει τοπικό ελάχιστο. Αντίστοιχα, $f''\left(\frac{1}{4}(7 - \sqrt{13})\right) = \frac{8}{4}(7 - \sqrt{13}) - 14 = -7.21 < 0$, άρα στο σημείο $\frac{1}{4}(7 - \sqrt{13})$ η συνάρτηση έχει τοπικό μέγιστο.

2. Η πρώτη παράγωγος αλλάζει πρόσημο γύρω από τις ρίζες αυτής, δηλαδή στα σημεία $\frac{1}{4}(7 + \sqrt{13})$ και $\frac{1}{4}(7 - \sqrt{13})$. Μάλιστα, για τιμές $x < \frac{1}{4}(7 - \sqrt{13})$ η f' είναι θετική, άρα στο διάστημα $\left(-\infty, \frac{1}{4}(7 - \sqrt{13})\right)$ η f είναι αύξουσα. Για τιμές $\frac{1}{4}(7 - \sqrt{13}) < x < \frac{1}{4}(7 + \sqrt{13})$ η f' είναι αρνητική, οπότε στο διάστημα $\left(\frac{1}{4}(7 - \sqrt{13}), \frac{1}{4}(7 + \sqrt{13})\right)$ η f είναι φθίνουσα. Τέλος, για τιμές $x > \frac{1}{4}(7 + \sqrt{13})$ η f' είναι θετική, άρα στο διάστημα $\left(\frac{1}{4}(7 + \sqrt{13}), +\infty\right)$ η f είναι αύξουσα.
3. Για να εντοπίσουμε σε ποια διαστήματα η f είναι κυρτή και κοίλη μπορούμε καταρχήν να υπολογίσουμε τις ρίζες της 2^{ης} παραγώγου:

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 8x - 14 = 0 \Rightarrow x = \frac{14}{8}$$

Παρατηρούμε ότι για τιμές $x < \frac{14}{8}$ η f'' είναι αρνητική οπότε η συνάρτηση f είναι κοίλη στο διάστημα $\left(-\infty, \frac{14}{8}\right)$, ενώ αντίστοιχα είναι κυρτή διάστημα $\left(\frac{14}{8}, +\infty\right)$.

Άσκηση 6: Μια επιχείρηση έχει εκτιμήσει ότι η ζήτηση Q για ένα προϊόν μεταβάλλεται ανάλογα με την τιμή P με την οποία χρεώνει το προϊόν της σύμφωνα με την σχέση:

$$P(Q) = 20 - \frac{5}{2}Q$$

Το συνολικό ετήσιο κόστος από την παραγωγή Q μονάδων ισούται με:

$$C(Q) = \frac{1}{3}Q^3 - \frac{9}{2}Q^2 + 22Q - 1$$

1. Βρείτε πόσες μονάδες Q πρέπει να παραχθούν έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος της επιχείρησης
2. Σε ποια τιμή θα πρέπει να διατίθεται το προϊόν;
3. Υπολογίστε το μέγιστο κέρδος της επιχείρησης.

Λύση:

1. Η συνάρτηση κέρδους δίνεται ως:

$$\begin{aligned}\pi(Q) &= R(Q) - C(Q) = Q \times P(Q) - C(Q) = Q\left(20 - \frac{5}{2}Q\right) - \left(\frac{1}{3}Q^3 - \frac{9}{2}Q^2 + 22Q - 1\right) \\ &= -\frac{1}{3}Q^3 + 2Q^2 - 2Q + 1\end{aligned}$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης είναι:

$$\pi'(Q) = 0 \Rightarrow -Q^2 + 4Q - 2 = 0 \Rightarrow Q_{1,2} = 2 \mp \sqrt{2}$$

Σημειώστε ότι και οι δύο ρίζες είναι θετικές. Για να βρούμε το σημείο (τοπικού) μεγίστου θα πρέπει να δούμε ποια από τις δύο ικανοποιεί της συνθήκη 2^{ης} τάξης, $\pi''(Q) < 0$.

Έχουμε ότι, $\pi''(Q) = -2Q + 4$. Παρατηρούμε ότι $\pi''(2 + \sqrt{2}) < 0$, οπότε οι μονάδες που πρέπει να παραχθούν έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος της εταιρίας είναι $Q^* = 2 + \sqrt{2} = 3.41$.

2. Η τιμή που πρέπει να διατεθεί το προϊόν είναι $P(Q^*) = 20 - \frac{5}{2}3.41 = 11.48$.
3. Το μέγιστο κέρδος για την εταιρία είναι $\pi(Q^*) = 4.21$.

Άσκηση 7: Μια εταιρία θέλει να ελέγξει την αποτελεσματικότητα της διαφημιστικής της καμπάνιας για ένα προϊόν. Για τον λόγο αυτό δημιουργεί ένα ερωτηματολόγιο με οποίο ερωτώνται οι καταναλωτές αν αγόρασαν το προϊόν και αν είδαν την διαφήμιση του προϊόντος. Τα αποτελέσματα αυτού του ερωτηματολογίου βρίσκονται στον Πίνακα 1. Ο πίνακας αυτός περιλαμβάνει το ποσοστό των απαντήσεων στα αντίστοιχα ερωτήματα.

Για ένα τυχαίο καταναλωτή που συμμετείχε στην έρευνα υπολογίστε τα εξής:

1. Την από κοινού πιθανότητα ο καταναλωτής να είδε την διαφήμιση και να αγόρασε το προϊόν
2. Την από κοινού πιθανότητα ο καταναλωτής να μην είδε την διαφήμιση και να αγόρασε το προϊόν
3. Την πιθανότητα ο καταναλωτής να είδε την διαφήμιση
4. Την πιθανότητα ο καταναλωτής να μην είδε την διαφήμιση
5. Την πιθανότητα ο καταναλωτής να είδε την διαφήμιση ή να αγόρασε το προϊόν
6. Την δεσμευμένη πιθανότητα ο καταναλωτής να αγόρασε το προϊόν δεδομένου ότι είδε την διαφήμιση
7. Την δεσμευμένη πιθανότητα ο καταναλωτής να αγόρασε το προϊόν δεδομένου ότι δεν είδε την διαφήμιση

Πίνακας 1

	Είδα την διαφήμιση	
	Ναι	Όχι
Αγόρασα το προϊόν		
Ναι	20%	10%
Όχι	30%	40%

Λύση: Έστω ότι A το ενδεχόμενο ο καταναλωτής να είδε τη διαφήμιση και B το ενδεχόμενο ο καταναλωτής να αγόρασε το προϊόν.

1. $P(A \cap B) = 20\%$
2. $P(\bar{A} \cap B) = 10\%$
3. $P(A) = 20\% + 30\% = 50\%$
4. $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 50\%$
5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 50\% + 30\% - 20\% = 60\%$
6. $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{20\%}{50\%} = 40\%$
7. $P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{10\%}{50\%} = 20\%$

Άσκηση 8: Σε μια εταιρία παραγωγής microchip το 10% αυτών που παράγονται είναι ελαττωματικά.

1. Σε ένα δείγμα 5 microchip ποια είναι η πιθανότητα ένα το πολύ να είναι ελαττωματικό;
2. Σε ένα δείγμα 100 microchip ποια είναι η πιθανότητα 13 το πολύ να είναι ελαττωματικά;

Λύση:

1. Ο αριθμός των microchip που είναι ελαττωματικά είναι μια τυχαία μεταβλητή X που ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή. Θέλουμε να υπολογίσουμε την $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{5!}{0! \times 5!} 0.1^0 (1 - 0.1)^5 + \frac{5!}{1! \times 4!} 0.1^1 (1 - 0.1)^4 = 92\%$
2. Όταν το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο η διωνυμική κατανομή προσεγγίζει την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = n \times p = 100 \times 0.1 = 10$ και διασπορά $\sigma^2 = np(1 - p) = 100 \times 0.1 \times 0.9 = 9$. Θέλουμε να υπολογίσουμε $P(X \leq 13) = P\left(Z \leq \frac{13-10}{3}\right) = P(Z \leq 1) = 84.13\%$

Άσκηση 9: Περίπου το 12% των κατοίκων των Η.Π.Α. αποτελείται από Αфро-Αμερικανούς. Υποθέτουμε ότι το ποσοστό αυτό ισχύει και για τους κατόχους τηλεφωνικών αριθμών.

1. Ποια είναι η πιθανότητα από τους 10 αριθμούς που επιλέγονται τυχαία από τον τηλεφωνικό κατάλογο τουλάχιστον 3 να ανήκουν σε Αфро-Αμερικανούς;
2. Ποια είναι η πιθανότητα από τους 100 αριθμούς που επιλέγονται τυχαία τουλάχιστον οι 15 να ανήκουν σε Αфро-Αμερικανούς;

Λύση:

1. Ο αριθμός των τηλεφωνικών αριθμών που ανήκουν σε Αфро-Αμερικανούς σε ένα δείγμα 10 αριθμών είναι μια τυχαία μεταβλητή X που ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή. Θέλουμε να υπολογίσουμε την $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)) = 1 - \left(\frac{10!}{0! \times 10!} 0.12^0 (1 - 0.12)^{10} + \frac{10!}{1! \times 9!} 0.12^1 (1 - 0.12)^9 + \frac{10!}{2! \times 8!} 0.12^2 (1 - 0.12)^8\right) = 10.86\%$
2. Όταν το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο η διωνυμική κατανομή προσεγγίζει την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 100 \times 0.12 = 12$ και διασπορά $\sigma^2 = np(1 - p) = 100 \times 0.12 \times 0.88 = 10.56$. Θέλουμε να υπολογίσουμε $P(X \geq 15) = P\left(Z \geq \frac{15-12}{\sqrt{10.56}}\right) = P(Z \geq 0.92) = 1 - P(Z < 0.92) = 1 - 0.8212 = 17.88\%$

Άσκηση 10: Μια εταιρία κατασκευής αυτοκινήτων θέλει να μελετήσει την κατανάλωση καυσίμων σε ένα συγκεκριμένο μοντέλο. Για το λόγο αυτό διεξάγει μια έρευνα σε 16 αυτοκίνητα του ιδίου μοντέλου. Η μέση κατανάλωση του δείγματος των 16 αυτοκινήτων είναι 1.5 lt/km και η τυπική απόκλιση 0.7 lt/km.

1. Κατασκευάστε ένα διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση κατανάλωση του συγκεκριμένου μοντέλου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

2. Η εταιρία ισχυρίζεται ότι η μέση κατανάλωση για το συγκεκριμένο μοντέλο είναι 1 lt/km. Ελέγξτε στατιστικά τον παραπάνω ισχυρισμό με επίπεδο σημαντικότητας 1%.

Λύση:

1. Το διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση κατανάλωση είναι: $(\bar{X} - t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}})$, όπου $t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} = t_{15, 0.25\%} = 2.131$. Άρα το 95% διάστημα εμπιστοσύνης δίνεται ως: $(1.5 - 2.131 \frac{0.7}{\sqrt{16}}, 1.5 + 2.131 \frac{0.7}{\sqrt{16}}) = (1.13, 1.87)$
2. Η μηδενική υπόθεση είναι $H_0: \mu = 1$ και η εναλλακτική υπόθεση είναι $H_1: \mu \neq 1$. Η t στατιστική του ελέγχου ισούται με $t = \frac{1.5-1}{0.7/4} = 2.86$. Οι κριτικές τιμές του ελέγχου είναι η $t_{15, 0.5\%} = 2.947$ και $-t_{15, 0.5\%} = -2.947$. Παρατηρούμε ότι $-2.947 < 2.86 < 2.947$ η μηδενική υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί στο 1% επίπεδο σημαντικότητας.

Άσκηση 11: Η διοίκηση μιας επιχείρησης θέλει να εκτιμήσει το ποσοστό των εργαζομένων το οποίο είναι θετικά διακείμενο προς τη καθιέρωση μισθολογικών κινήτρων. Διεξάγει μια έρευνα σε 344 εργαζόμενους εκ των οποίων οι 261 είναι θετικά διακείμενοι. Κατασκευάστε ένα διάστημα εμπιστοσύνης για το ποσοστό των εργαζομένων της εταιρίας το οποίο είναι θετικά διακείμενο προς το παραπάνω σχέδιο με επίπεδο εμπιστοσύνης 90%.

Λύση: Το ποσοστό των θετικά διακείμενων στο δείγμα είναι $\hat{p} = \frac{261}{344} = 76\%$. Το διάστημα εμπιστοσύνης είναι $(0.76 - 1.645 \sqrt{\frac{0.76(1-0.76)}{344}}, 0.76 + 1.645 \sqrt{\frac{0.76(1-0.76)}{344}}) = (0.72, 0.74)$.

Άσκηση 12: Μια εταιρία παραγωγής τροφίμων ενδιαφέρεται να μελετήσει αν οι εβδομαδιαίες πωλήσεις ενός συγκεκριμένου προϊόντος έχουν αυξηθεί. Οι μέσες εβδομαδιαίες πωλήσεις του συγκεκριμένου προϊόντος τους προηγούμενους 6 μήνες ήταν 2400 τεμάχια. Η εταιρία συνέλεξε ένα τυχαίο δείγμα 25 καταστημάτων. Σε αυτά τα καταστήματα οι μέσες εβδομαδιαίες πωλήσεις ήταν 3593 με τυπική απόκλιση 4919. Ελέγξτε στατιστικά με επίπεδο σημαντικότητας 1% την υπόθεση ότι οι μέσες εβδομαδιαίες πωλήσεις έχουν αυξηθεί από τους προηγούμενους 6 μήνες.

Λύση: Η μηδενική υπόθεση είναι $H_0: \mu \leq 2400$ και η εναλλακτική $H_1: \mu > 2400$. Η t στατιστική του ελέγχου είναι $t = \frac{3593-2400}{4919/\sqrt{25}} = 1.21$. Η κριτική τιμή του ελέγχου είναι $t_{24, 1\%} = 2.492$. Παρατηρούμε ότι $1.21 < 2.492$ οπότε η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται στο 1% επίπεδο σημαντικότητας.